

# التنبؤ بأسعار الذهب وذلك بأستخدام سلاسل مار كوف وطريقة الأماكن الأعظم (MLE)

م.م. اوات سردار وادي م.م. سامية خالد

حسن

كلية الإدارة والاقتصاد- قسم الاحصاء- جامعة صلاح  
الدين

## المستخلص:

تم في هذا البحث التنبؤ بأسعار الذهب باستخدام سلاسل ماركوف وذلك باعتماد بيانات عن أسعار الذهب والتي تم جمعها من عام 2008 ولغاية الشهر الخامس من عام 2012 وكانت هذه البيانات يومية وقد تم تكوين مصفوفة الاحتمالات الانتقالية ومن ثم تقدير هذه المصفوفة بطريقة الإمكان الأعظم (MLE) ومن ثم التنبؤ بالاعتماد على المصفوفة الانتقالية الاخيرة التي تم الحصول عليها باستخدام البرنامج الاحصائي Mat lab لأن سلاسل ماركوف تعتمد الحاضر للتنبؤ بالمستقبل، وهو رفع المصفوفة المقدره بطريقة الإمكان الأعظم (MLE) للقوة الثانية عشر إذ كان الاستقرار ومتجه التوزيع المستقر (U) عند هذه القوة اذ تم التوصل الى أن احتمال حالة الارتفاع كان في المرتبة الأولى وحالة الانخفاض في المرتبة الثانية وحالة الاستقرار في المرتبة الثالثة.

## Abstract

In this research which was made to predict the prices of gold by using Markov chains and these made by depending on data (real data) which was collected daily from 2008 till may 2012 and then made the matrix of probability transition and then use it (matrix of Probability transition) and estimate this matrix in Maximum Likelihood (MLE) and then Predict based on the last matrix transition which was gain by using the statistical program (MATLAB) because Markov chains depend on present to predict the future by rise estimate matrix via maximum likelihood method of the power twelfth if the stability and vector distribution of stable (u) at this force has been reached that the possibility of rise or elevation was in the first stage and the decline in the second stage or place and stage of stability in the third.

## المقدمة:

الذهب هو فلز ثمين جداً وعنصر كيميائي يرمز له بالرمز Au و عدده الذري 79 في الجدول الدوري. وهو لين ولامع أصفر اللون، استخدم كوحدة نقد عند العديد من الشعوب والحضارات والدول، كما إنه يستخدم في صناعة الحلي والجواهر. يتواجد في الطبيعة على هيئة حبيبات داخل الصخور و في قيعان الأنهار، أو على شكل عروق في باطن الأرض، وغالباً ما يوجد الذهب مع معادن أخرى كالنحاس و الرصاص، و اكتشفت أكبر كتلة من الذهب في أستراليا عام 1896 م و كان وزنه 2.280 أونصة، ويمتاز الذهب بقلّة التآكل والنعومة كما إنه من أكثر العناصر الكيميائية كثافة. و قد تواجّد الذهب بكثرة عند الفراعنة فكانوا يصنعون منه توابيت ملوكهم وعرباتهم كما انهم صنعوا منه قناعاً من أجمل الأقفعة التي عرفتها البشرية فكان مصنوعاً من الذهب النقي للفرعون توت عنخ مون. ويشكل الذهب قاعدة نقدية مستخدمة من قبل صندوق النقد الدولي (IMF) و بنك التسويات الدولي (BIS) كما ان للذهب استعمالات اخرى فهو يستعمل في طب الأسنان و الإلكترونيات. ونظراً لاهمية سلاسل ماركوف ولان عمليات ماركوف تحتل مكانا مهما وتعد من الأساليب الاحصائية المتميزة، وكذلك لاهمية معدن الذهب تم استخدام سلاسل ماركوف وطريقة الامكان الاعظم للتنبؤ باسعار الذهب في المستقبل.

## هدف البحث:

إن الهدف الرئيسي لهذا البحث هو التنبؤ بأسعار الذهب من خلال البيانات الخاصة بذلك منذ عام 2008 ولغاية الشهر الخامس من عام 2012 اي ان حجم العينة (n=1086) يوماً وذلك باستخدام سلاسل ماركوف وتطبيق مصفوفة الاحتمالات الإنتقالية لحالاتها الثلاث (الإرتفاع والإخفاض والإستقرار) وتقديرها بطريقة الإمكان الأعظم (MLE).

## خصائص الذهب :

يعتبر الذهب الخالص من أكثر أنواع المعادن القابلة للطرق والسحب، حيث يمكن ضربه أو طرقه حتى كثافة تصل إلى (0.000013) سم. كما يمكن تشكيل سلكاً ذهبياً طوله (100) كم من كمية قدرها (29) جرام. والذهب واحد من أكثر المعادن ذات الملمس الناعم إذ تبلغ

صلابته من (2.5) إلى (3) على مقياس الصلادة. والذهب من المعادن الخاملة جدا وهو لا يتأثر بالهواء أو الحرارة أو الرطوبة. وهو لا يذوب في الحوامض المركزة المعدنية المعروفة أمثال حامض الهيدروكلوريك، والكبريتيك، والفسفوريك، والنتريك ولكنه يذوب في الماء الملكي الذي يعد مزيجا من حامضي الهيدروكلوريك والنتريك المركزين حيث يتحرر الكلور الحديث التولد فيذيب الذهب. وهناك حوامض أخرى تؤثر في الذهب مثل حامض التلمريك ومحلول كلوريد الحديد الساخن وغيرهما.

### تاريخ معدن الذهب:

لما كان الذهب منتشرا في أماكن عديدة من الكرة الأرضية، إضافة إلى وجوده حرا في الطبيعة، ولغلو ثمنه واستعماله نقودا في شتى أمصار العالم أصبحت معرفته أسير من معرفة غيره من الفلزات. كما أن صفاته الطبيعية قد جعلت منه معدنا شائع الصيت فكثرت ذكره في الكتب وكثر المنقبون عنه والمشتغلون به. وفي القرن الرابع الهجري/ العاشر الميلادي، حي وصلت الحضارة الإسلامية إلى أوجها وزينت قصور الخلفاء بشتى أنواع الجواهر والمعادن التي جلبت من مختلف أصقاع الدولة الإسلامية المترامية، اهتم كثير من الكيميائيين بطرق تنقية هذه المعادن. فذكر البيروني في كتابه الجماهر في معرفة الجواهر طرق تنقية الذهب وهو ما لا يختلف كثيرا عن الطرق المستخدمة اليوم. فيذكر البيروني في تعدين الذهب وتصفيته ما نصه: { أن بعض الذهب ما يتصفى بالنار إما بالإذابة وحدها أو التشوية المسماة طبخا له، والجيد المختار يسمى لقطا لأنه يلتقط من المعدن قطاعا يسمى ركازا وأركز المعدن إذا وجد فيه القطع سواء معدن فضة أو ذهب، وربما لا يخلو من شوب ما، فخلصته التصفية حتى انصف بالإبريز لخالصه، ويثبت بعدها على وزنه. } ويأتي البيروني في شرح تنقية الذهب عندما يكون ممزوجا مع التربة أو في الأحجار الكبيرة، ويصف الطريقة التي تستعمل لاستخراج الذهب مما شابه من التراب والحجر وصفا دقيقا لا يختلف كثيرا عما هو عليه الآن. فيقول: {وربما كان الذهب متحدا بالحجر كأنه مسبوك معه فاحت يجر إلى دقه، والطواحين تسحقه إلا أن دقه بالمشاجن أصوب وأبلغ في تجويده حتى يقال إنه يزيد حمرة، وذلك أنه إن صدق مستغرب عجيب، والمشاجن هي الحجارة المشدودة

على أعمدة الجوازات المنصوبة على الماء الجاري للدق، كالحال في سمرقند في دق القنب في الكواعد، وإذا اندق جوهر الذهب وانطحن، فسل عن حجارته وجميع الذهب بالزئبق، ثم عصر في قطعة جلد حتى يخرج الزئبق من مسامه، ويطير ما يبقى فيه منه بالنار فيسمى ذهباً زئبقياً ومزقاً والذهب الذي بلغ النهاية التي لا غاية وراءها من الخلوص، كما حصل لي بالتشوية بضع مرات، لا يؤثر في المحك كبيراً أثر ولا يكاد يتعلق به، ولكاد يسبق جموده إخراجها من الكورة، فيأخذ فيها في الجمود عند قطع النفخ، وأغلب الظن في الذهب المستشر أنه للينهج ويتطرق البيروني إلى طريقة قديمة استعملها الهنود في اقتناص الذهب بواسطة الزئبق، ويشرح هذه الطريقة شرحاً دقيقاً موقفاً فيقول { ماء السند المار على ويهند قصبه القندهار عند الهند بنهر الذهب، وحتى أن بعضهم لا يحمده ماء لهذا السبب ويسمى في مبادئ منابعه موه، ثم إذا أخذ في التجمع يسمى كرش أي الأسود لصفائه، وشدة خضرته لعمقه، وإذا انتهى إلى محاذاة منصب صنم شميلي في بقعة كشمير على سمت ناحية بأول سمى هناك ماء السند... وفي منابعه مواضع يحفرون فيها حفيرات، وفي قرار الماء وهو يجري فوقها ويملأونها من الزئبق حتى يتحول الحول عليها ثم يأتونها وقد صار زئبقها ذهباً. وهذا لأن ذلك الماء في مبدئه حاد الجري يحمل الرمل مع الذهب، كأجنحة البعوض رقة وصغراً، ويمر بها على وجه الزئبق فيعلق بالذهب ويترك ذلك الرمل يذهب. ثم يخلص الذهب من الزئبق بالطريقة التي ذكرها البيروني سابقاً.

### تنقية الذهب حديثاً:

تجري تنقية الذهب حديثاً بفصل الأتربة والغرين والشوائب الأخرى بواسطة تيارات مائية قوية تزيل الدقائق الرملية والغرينية، وتبقى دقائق الذهب في أماكنها نظراً لارتفاع كثافة الذهب وقد يستعمل الزئبق لإذابة الذهب دون الرمل والغرين. ثم يخلص الذهب من الزئبق بتقطير الأخير كما يستخلص الذهب عرضاً عند تعدين النحاس والفضة. وهناك طرق كيميائية لاستخلاص الذهب مما يشد به كطريقة السيانيد، أو إذابة سبائكه الفضية في حامض الكبريتيك المركز، وتجري تنقية الذهب بحامض النتريك أولاً، ثم التحليل الكهربائي.

### استخدامات الذهب:

لقد عرف الذهب وبرزت قيمته منذ عصور سحيقة كمعدن يسهل تشكيله أكثر من أي معدن آخر. بالإضافة إلى سهولة الحصول على الذهب في صورته النقية. كما أن جمال الذهب ورونقه ومقاومته للتآكل قد جعلته من المعادن المتميزة في الفنون والحرف المختلفة منذ قديم الزمن ونظرا لندرته النسبية، استخدم الذهب كعملة وأساس للمعاملات المالية الدولية. والوحدة المستخدمة في وزن الذهب هي الأونصة وهي تعادل 31.1 جراما. من أهم استخدامات الذهب الآن أنه يستخدم كاحتياطي للعملات ولعدة قرون مضت، كان الذهب والفضة يستخدمان استخداما مباشرا كعملتين.

وأثناء القرن التاسع عشر، لعب الذهب دورا جديدا حيث أصبح الأساس الوحيد لعملات معظم دول العالم حيث يمكن تحويل الأوراق المالية إلى ذهب. ومنذ السبعينات من القرن العشرين، أصبح الذهب يباع ويشترى في السوق بأسعار متذبذبة إلى حد كبير، وأصبحت العلاقة بين احتياطي الذهب وقيمة العملات علاقة غير مباشرة إلى حد كبير. وقد أصبح الطلب متزايدا جدا على الذهب في عمليات التصنيع. ولأن الذهب موصل جيد للكهرباء وذو مقاومة عالية للصدأ والتآكل، فقد أصبح ذا أهمية كبرى في صناعة الدوائر الكهربائية الدقيقة. وإذا أذيببت كميات صغيرة من الذهب ووضعت في الألواح الزجاجية أو البلاستيكية، فإنها تمنع مرور الأشعة دون الحمراء وتكون بمثابة واقى حراري فعال. ولأن الذهب يتميز بثباته الكيميائي، فإنه يستخدم في الآلات التي تعمل في غلاف جوي يؤدي إلى الصدأ، كما يطلى به الأسطح المعرضة للصدأ أو التآكل بسبب السوائل أو الأبخرة. كما يستخدم الذهب أيضا على شكل رقائق في الطلاء بالذهب والكتابة بالذهب. وتستخدم أحد مشتقات الذهب في تلوين الزجاج الأحمر. ويستخدم سيانيد البوتاسيوم المضاف إليه الذهب في عملية الطلاء بالذهب التي تتم كهربائيا. وكذلك يستخدم الذهب في الطب لما ثبت من توافقه مع أجهزة الجسم الحية. فهو يستخدم في طب الأسنان، وفي تغليف الأدوية. كما تستخدم النظائر المشعة من الذهب في الأبحاث البيولوجية وفي علاج السرطان. ويستخدم الكم الأكبر من الذهب المنتج في العملات والمجوهرات. وللوفاء بهذه الأغراض، يخلط الذهب بمعادن أخرى ليصل إلى الصلابة المطلوبة. ويعبر عن الذهب الموجود في هذا الخليط بالقيراط. ويحتوي الذهب المستخدم في صناعة المجوهرات على الزحاس والفضة، بينما يحتوي الذهب الأبيض على الزنك والنيكل أو المعادن البلاتينية.

### العمليات التصادفية: Stochastic processes

ان المتسلسلات من مجموعة المتغيرات العشوائية والتي تولدت بواسطة القوانين الاحتمالية قد عرفت (بالعمليات التصادفية)، وقد أشار Lawer الى هذه العمليات بأنها عشوائية تتغير بواسطة متغير الزمن ومؤشرة به  $(X_t)$  وتعتمد عليه بقوانين رياضية، ويرمز للعملية التصادفية بالرمز  $(X_n)$  اذ ان  $(n)$  تشير الى الزمن المتقطع  $(n= 0,1,...)$  , وهو ما سننظر له في هذا البحث تطبيقياً. ان القيم التي تفترض بواسطة العملية التصادفية  $(X_t)$  تسمى الحالات (States) ومجموعة القيم تسمى فضاء الحالة (State space) ومجموعة القيم الممكنة للمعلمة المؤشرة Index parameter تسمى فضاء المعلمة Parameter space وقد تكون متقطعة أو مستمرة وأن المعلمة  $(T)$  تشير عادة الى الزمن.

### عمليات ماركوف: Stochastic Processes

هي طريقة لتحليل الحركة الحالية لمتغير ما في محاولة للتنبؤ بالحركة المستقبلية لنفس المتغير وقد ابتدع هذا الأسلوب الرياضي الروسي ماركوف في العام (1907) عندما بدأ دراسة الحديثة في نظرية الاحتمال للعمليات التي تقوم على أساس معرفة تأثير النتائج السابقة في التنبؤ لتجارب المستقبل عن طريق دراسة جزيئات الغاز في اناء مغلق ثم التنبؤ بحركة هذه الجزيئات. اذا كان الاحتمال الشرطي ل  $(X_{t_n})$  لمجموعة معطاة من القيم  $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_{n-1}})$  يعتمد فقط على  $(X_{t_{n-1}})$  يطلق عليها بالعملية الماركوفية  $\{X_t, t \in T\}$  ولأي مجموعة من الفترات الزمنية  $(t_1 < t_2 < \dots < t_n)$  أي انه يحقق العلاقة الأتية:

$$P \{X_{t_n} \leq X_n / X_{t_1} = X_1 \dots X_{t_{n-1}} = X_{n-1}\} = P \{X_{t_n} \leq X_n / X_{t_{n-1}} = X_{n-1}\} \quad (1)$$

ان عمليات ماركوف كسائر العمليات التصادفية تصنف الى اربعة انواع حسب نوع فضاء الحالة و فضاء المعلمة، بما أن فضاء الحالة وفضاء المعلمة في بحثنا يأخذان الحالة المتقطعة فأن التصنيف سيكون من نوع سلسلة ماركوف ذات حيزالحالة المتقطع. وعليه يمكن القول ان عمليات ماركوف تمتاز بخاصية مهمة وهي احتمال انتقال حالة معينة في المستقبل تعتمد على حالتها في الزمن الماضي أي إنها تحقق المعادلة (1)

اعتماداً على طبيعة فضاء الحالة (State space) وفضاء المعلمة (Parameter space) والوقت، يمكن تصنيف عمليات ماركوف كالآتي:-

1. عمليات ماركوف ذات فضاء معلمة متقطع وفضاء حالة متقطع.
2. عمليات ماركوف ذات فضاء معلمة متقطع وفضاء حالة مستمر.
3. عمليات ماركوف ذات فضاء معلمة مستمر وفضاء حالة متقطع.
4. عمليات ماركوف ذات فضاء معلمة مستمر وفضاء حالة مستمر.

تتكون عملية ماركوف من مجموعة من الحالات اذ عند أي وقت يجب ان تكون كل ظاهرة في حالة معينة (مميزة) وان يكون هناك احتمال انتقال احدى الظواهر من حالة الى اخرى، التي قد تكون مماثلة للحالة الاولى في مدة زمنية تعتمد على هاتين الحالتين فقط.

ان الأعداد الصحيحة للمدد الزمنية الاثنية في اللحظة التي تبدأ منها العملية تمثل مرحلة العملية والتي قد تكون محددة أو غير محددة واذا كان عدد الحالات محددًا أو غير محدد عددياً فان عملية ماركوف تسمى سلسلة ماركوف.

### سلاسل ماركوف: Markov Chains

ان تعريفها عندما يكون عدد الحالات محددًا او غير محدد عدديا ويمكن النظر اليها على اعتبارها سلسلة من الحالات التي تمر بها ظاهرة ما خلال مدة زمنية معينة او سلسلة من المواقع التي يمر بها جسم متحرك خلال مدة زمنية مختلفة استنادا الى قوانين احتمالية تدعى الاحتمالات الانتقالية. لذلك سنعتبر  $\{X_n; n \in N\}$

تمثل عملية تصادفية ذات مجال قابل للعد اي انه مجموعة جزئية من الاعداد الصحيحة وهي الحالة التي تكون في الزمن  $n$ ، وعليه نستطيع القول ان سلسلة ماركوف المحددة هي سلسلة لها عدد محدد او غير محدد من الحالات اذ يعد الزمن  $(T)$  المعلمة التي تميز سلاسل ماركوف.

ان الانتقال بمرحلة واحدة يعرف بانه حالة سلسلة ماركوف ذات الزمن المنقطع [  $X_n, n=0,1,2,---$  التي تأخذ رقما محددًا قابلاً للعد من القيم الممكنة المتمثلة بمجموعة من الاعداد الصحيحة غير السالبة، إذ أن احتمال

(  $X_{n+1}$  ) يكون في الحالة (  $j$  ) علماً أن (  $X_n$  ) في الحالة (  $i$  ) يرمز له بالرمز  $\cdot P_{ij}^{(n,n+1)}$

$$P_{ij}^{(n,n+1)} = p\{X_{n+1} = j / X_n = i\}.....(2)$$

وتكون سلسلة ماركوف ذات الزمن المتقطع مستقرة (Stationary) أو متجانسة زمنية (Homogeneous) أى أن الاحتمالات الانتقالية لا تعتمد على الزمن لأن التجانس يعني عدم الاعتماد على نقطة الابتداء و انما على الفرق الزمني أي ان الصفات الاحتمالية لا تتغير بتغير الزمن.

$$P_{ij} = p\{X_{n+1} = j / X_n = i\}.....(3)$$

إذا كانت سلاسل ماركوف لا تحقق العلاقة (3) فتكون السلسلة غير مستقرة ولا تحقق شرط الاستقرار.

ان سلسلة ماركوف ما هي الى مجموعة من المتغيرات العشوائية ( Randomvariable ) إذ أن لكل (  $n \in N$  ) فان الحالة المستقبلية  $X_{n+1}$  تكون مستقلة عن الحالات السابقة (  $X_0, X_1, \dots, X_{n-1}$  ) على فرض ان تكون الحالة الحالية (  $X_n$  ) معلومة، هذا الشرط يدعى (خاصية ماركوف) (Markov property) وترتيباً على ما تقدم فاذا رمزنا لاحتمال الانتقال من الحالة (  $i$  ) الى الحالة (  $j$  ) في مدة زمنية معينة واحدة بالرمز (  $P_{ij}$  ) وسلسلة ماركوف ذات  $N$  حالة ( إذ أن  $N$  عدد صحيح موجب ثابت) يمكن وضع الاحتمالات الانتقالية (  $P_{ij}$  ) في مصفوفة تسمى المصفوفة الانتقالية.

#### Transition Matrix المصفوفة الانتقالية: [1,2,3]

هي مصفوفة مربعة من درجة (  $n \times n$  ) وعناصرها غير سالبة وان مجموع كل صف

$$\sum_{j=1}^n P_{ij} = 1$$

فيها يساوي الواحد الصحيح اي

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix} \dots\dots(4)$$

ان العناصر  $(P_{ij})$  المكونة لمصفوفة الاحتمالات الانتقالية  $P = [P_{ij}]$  لسلاسل ماركوف تمثل احتمالات الانتقال من الحالة (i) الى الحالة (j) بخطوة واحدة او مدة زمنية واحدة فاذا اردنا ايجاد قيمة احتمال انتقال الضاهرة من الحالة (i) الى الحالة (j) وبعدد محدد من الخطوات أو المدد الزمنية مقداره (m) فيكون لدينا  $(P_{ij}^m)$  إذ أن:-

$$P_{ij}^m = p\{X_{n+m} = j / X_n = i\} \dots\dots(5)$$

إذ أن:-

$P_{ij}^m$  - يمثل الاحتمالات الانتقالية خلال (m) من الخطوات. وحسب ماورد في العلاقة (5) إذ  $(n, m \in N)$  فيكون:-

$$P^{(n+m)} = P^n P^m \dots\dots\dots(6)$$

إذ أن:-

$(P^{n+m})$  تمثل مصفوفة الاحتمالات الانتقالية لسلاسل ماركوف بعد  $(n+m)$  من الخطوات. أما العنصر الواقع في الصف (i) والعمود (j) من المصفوفة  $P^{n+m}$  فيكون:

$$P^{(n+m)} = \sum_{h=0}^{\infty} P_{ih} P_{hj} \quad , \forall n, m > 0 \dots\dots(7)$$

ان المعادلة (7) تدعى معادلة جابمان-كولمكروف (Chapman Kolommogrov Equation). وان هذه المعادلة [2] تعرف:

$$P_{ij} : n \geq 0, i, j \geq 0 = P$$

(العملية في الحالة i والحالة j بعد n من الاحتمالات الانتقالية)

وتعد معادلة جابمان- كولمكروف (C-k) طريقة لحساب n من الخطوات للاحتتمالات الانتقالية  $P_{ij}^n$  .

لنفرض P مصفوفة الاحتمالات الانتقالية ل n من الخطوات، لذا فإن معادلة (C-k) تعطى كما في المعادلة (6) فتكون نتيجتها كالآتي:-  

$$P^{(n)} = P^{(n-1)} \cdot P^{(1)} = P \cdot P \cdot P \dots P = P^{(n)} \quad \text{--- (8)}$$

### الاستقرارية: Stationarity

تتميز العمليات التصادفية عن بعضها البعض بمواصفات وفروض قد تجعلها تنفع لهذا الجانب التطبيقي أو ذاك، كما ان هناك بعض الجوانب التطبيقية يمكن وصفها ومعالجتها خلال أكثر من عملية تصادفية وهذا بالطبع هو الوقوف على المراد من تلك الجوانب التطبيقية وهدف الباحث منها.

إذن مفهوم الاستقرارية (Stationarity) يعني بشكل عام عدم تغير الصفات الاحصائية للعملية التصادفية بدرجة أو أخرى بمرور الزمن.

### حالة الثبات (الاستقرار): Steady state

الزيارات لكل حالة عند قيمة معينة، تدعى بالاحتمالات المستقرة لتلك الحالة أي أنه يظهر سلوك  $p_{ij}$  عندما  $n \rightarrow \infty$  لذلك فان التوزيع المستقر يعرف كالآتي:-  
 لمتجه الحتمالي (n)  $u^{(s)} = (u^{(s)}_1, u^{(s)}_2, \dots, u^{(s)}_n)$  الذي يحقق  $p^* = u^{(s)}$  بأنه توزيع مستقر للعملية التصادفية (Stationary distribution) عندما P تكون مصفوفة الاحتمالية الانتقالية لسلاسل ماركوف وذات n من الحالات المنتهية فإن:-

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P^m = u = \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{u} \\ \underline{u} \end{bmatrix} \dots \dots (9)$$

إذ أن المتجه الاحتمالي الوحيد:-

$$\underline{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n) \quad , \sum u = 1 \quad , 0 \leq u_j \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^m u_i = 1, \quad up = u, \quad pu = u \dots (10)$$

ويمثل التوزيع المستقر للعملية.

اي انه اذا اقتربت  $m$  من ما لا نهاية فان احتمالات الانتقال ذات  $m$  من الخطوات  $P_{ij}$  ستعتمد على الحالة الأخيرة وليس الحالة الابتدائية، وهذا يعني أنه وبعد عدد كبير من المحاولات تصل السلسلة الى حالة الاستقرار (Stationary).

إذ أن:-

U: مصفوفة صفوفها متماثلة وكل صف منها هو المتجه  $u$ ، والمتجه الاحتمالي  $u$  يمثل كما ذكرنا أنفاً التوزيع المستقر للعملية من العلاقة (9):

$$\lim_{m \rightarrow \infty} p^m = u$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} p^{m+1} = u \dots \lim_{m \rightarrow \infty} p^m \cdot p^* = u$$

$$(\lim_{m \rightarrow \infty} p^m) p^* = u \dots up^* = u$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} p^{m+1} = \lim_{m \rightarrow \infty} p^m p^* \dots p^* (\lim_{m \rightarrow \infty} p^m)$$

وبالمثل:-

$$p^*(u) = u$$

### الاستقلالية لمصفوفة ماركوف: Independent for Markov Matrix

ان الاحتمالات الانتقالية خلال  $n$  من الخطوات يمكن الحصول عليها من ضرب المصفوفة  $P$  في نفسها لعدد  $n$  من المرات ويسبب استقلالية المتغير  $X_{n+1}$  عن المتغيرات  $X_0, X_1, \dots, X_n$  بالفرض، ومن تعريف سلسلة ماركوف نجد أن  $\{X_n: n \geq 0\}$  وتمثل هذه السلسلة بالمصفوفة الانتقالية الآتية:-

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} p_0 & p_1 & p_2 \dots \\ p_0 & p_1 & p_2 \dots \\ p_0 & p_1 & p_2 \dots \end{bmatrix} \dots (11)$$

1. نلاحظ أن جميع صفوف المصفوفة  $\hat{P}$  متطابقة ، وان  $P^m = P$  لجميع قيم  $m \geq 1$ .

من جانب آخر اذا كانت  $P(i, j) = p_j$  لجميع قيم  $(i, j \in I)$  أي أن صفوف المصفوفة  $(P)$  كافة متطابقة فانه يعني أن المتغيرات العشوائية المنفصلة (المتقطعة) ومن تعريف الاستقلالية ، مستقلة وهي حالة خاصة من سلسلة ماركوف.

$$X_0, X_1, \dots, X_n \quad \dots\dots\dots(12)$$

ولها توزيع عام هو  $\{P_i, j \in I\}$

وان سلسلة ماركوف ما هي الا سلسلة من المتغيرات العشوائية اذ ان لكل  $n \in N$  فان الحالة المستقبلية  $X_{n+1}$  تكون مستقلة عن الحالات السابقة

$$X_0, X_1, \dots, X_{n-1}$$

بشرط أن تكون الحالة الحالية  $X_n$  معروفة.

### تقدير الاحتمالات الانتقالية: Estimating of Transition Probabilities

أن الاحتمالات الانتقالية تمثل معلمات فيستوجب تقديرها ، ويعد أسلوب ماركوف أحد النماذج المناسبة لبيانات السلسلة الزمنية، عندما تكون البيانات متوفرة لكل مدة زمنية من السلسلة ، وتمثل هذه البيانات حالات تقع ضمنها الظاهرة المدروسة وتكون هناك حركة أو انتقال للظاهرة بين الحالات ولتكن مثلا ثلاث حالات نستطيع من خلالها تقدير المصفوفة الانتقالية. سوف نستخدم طريقة الامكان الاعظم (M.L.E) وتعد إحدى الطرائق المهمة في النظرية الاحصائية عند تقدير المعامل لأنها تعطينا التقدير الذي له أعظم احتمال.

### التقدير بطريقة الامكان الأعظم: Estimating by Maximum Likelihood

#### Method

ان انتقال هذا النوع من البيانات يتم من الحالة (i) في الوقت (t) الى الحالة (j) في الوقت (t+1) نفترض أن هناك عينة مكونة من المشاهدات على شكل سلاسل ماركوف وعلى فرض أن العدد  $n_i(0)$  يمثل العناصر المشاهدة في الحالة (i) عند الوقت

( $t=0,1,2,\dots,T$ ) إذ تشير العناصر المشاهدة الى سلسلة من الحالات عند الوقت (t=0) وعليه فان عملية ماركوف في حالة الاستقرار بالشكل الآتي:-

$$p_r(x_0, x_1, \dots, x_T) = p_r(x_0) \prod_t p_r(X_t / X_{t-1}) \dots (13)$$

ليكن ( $n_{ij}(t)$ ) تمثل عدد العناصر المشاهدة لكل ( $X_t = j, X_{t-1} = i$ ) وان:-

$$n_{ij} = \sum_t n_{ij}(t) \dots (14)$$

ان الاحتمال المشار اليه في المعادلة رقم (13) يمكن كتابته على شكل تناسبي

كآلاتي:-

$$p_r(x_0, x_1, \dots, x_T / n) = p_r(x_0) \prod_{i,j} (p_{ij}^{n_{ij}}) \dots (15)$$

وكما أوضح كودمان واندرسون (Coodman and Anderson) ان صيغة  $n_{ij}$

تمثل مجموعة أحصاء كافية (Set of sufficient Statistic) وأن توزيع  $n_{ij}(t)$  يمكن الحصول عليه بأعتبار  $n_i(t-1) = \sum_j n_{ij}(t)$  من المشاهدات الموزعة لتوزيع متعدد

الحدود (Multinomial Distribution) باحتمال ( $P_{ij}$ ) أن دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f)

ل  $[n_{ij}(t)]$  هي:-

$$p_r(n_{11(t)}, n_{12(t)}, \dots / n'(o) p_{11}, \dots) = \prod_t \left[ \prod_i \left\{ n_i(t-1)! / \prod_j \{n_{ij}(t)!\} \prod_j (p_{ij}^{n_{ij}(t)}) \right\} \right] = \left[ \prod_{i,j} (n_i(t-1)! / \prod_j n_{ij}(t)!) \right] \left[ \prod_{i,j} p_{ij}^{n_{ij}} \right] \dots (16)$$

إذ أن:

$n'(0) = [n_1(0), n_2(0) \dots n_r(0)]$  يمثل متجه عناصر تمثل الاعداد في الحالات عند الوقت  $t=0$ .

فإذا كانت  $n_{ij}(t)$  لكل  $(t, i, j)$  معلومة، يمكننا الحصول على تقديرات الاحتمالات الانتقالية المستقرة مع تحقيق الشرط.

$$\sum P_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \dots\dots(17)$$

وبأخذ اللوغاريتم لطرفي المعادلة (16) وتوظيف الشرط (17) باستخدام

مضاعفات لانغرانج

(Langrangian Multipliers) يمكن الحصول على دالة لانغرانج كالتالي:-

$$\text{Log}P_r(X_1, X_2, \dots, X_T / n) = \sum_i \lambda_i (\sum_j P_{ij} - 1) \quad \dots\dots(18)$$

$$= \log\left(\prod_{i,j} P_{ij}^{n_{ij}}\right) - \sum_i \lambda_i (\sum_j p_{ij} - 1) + c$$

إذ أن  $c$  ثابت يمثل:-

$$c = \log \prod_{t,i} \left\{ n_i(t-1)! / \prod_j n_{ij}(t)! \right\}$$

وللحصول على دالة الامكان الأعظم للمعادلة (18) تؤخذ المشتقة الجزئية بالنسبة ل  $\lambda_i, p_{ij}$  على التوالي:-

$$\partial / \partial p_{ij} [\sum_i \sum_j n_{ij} \log p_{ij} - \sum_i \lambda_i (\sum_j p_{ij} - 1)] = n_{ij} / p_{ij} - \lambda_i = 0 \quad \dots\dots(19)$$

$$\partial / \partial \lambda_i [\sum_i \sum_j n_{ij} \log p_{ij} - \sum_i \lambda_i (\sum_j p_{ij} - 1)] = \sum_j p_{ij} - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots(20)$$

ومن المعادلة (18) بعد المساواة بالصفر نحصل على:-

$$n_{ij} = \hat{\lambda}_i \hat{p}_{ij} \dots (21)$$

و عليه

$$\sum_j n_{ij} = \hat{\lambda}_i \sum_j \hat{p}_{ij}$$

$$\text{وبما أن } \sum_j \hat{P}_{ij} = 1 \text{ فإن: -}$$

$$\sum_j n_{ij} = \hat{\lambda}_i \dots (22)$$

وبتعويض المعادلة (22) في المعادلة (12) نحصل على:

$$\hat{P}_{ij} = n_{ij} / \sum_j n_{ij} \geq 0 \dots (23)$$

جمع البيانات:

تم أخذ البيانات من الأنترنت<sup>[4]</sup> والتي تم جمعها بصورة يومية وبمتابعة تغير (انتقال) الأسعار خلال اليوم الواحد بما يعادل بالسنوات 4 سنوات وأربعة أشهر، وبالأيام 1086 يوماً وجرى تبويب البيانات كما يأتي:-

- 1- تقسيم البيانات إلى ثلاث حالات بالاعتماد على انتقال سعر الذهب وهذه الحالات هي (حالة الارتفاع حالة الانخفاض وحالة الاستقرار).
- 2- تجميع البيانات ضمن الحالات الثلاث وللمدة الزمنية أعلاه.
- 3- وضع السنوات المتتالية على شكل سلسلة زمنية.

ترتيب البيانات:

وفق السنوات المعروضة تم الترتيب كالاتي:

1- 2008 - 12 شهر - 252 يوماً

2- 2009 - 12 شهر - 251 يوماً

3- 2010 - 12 شهر - 251 يوماً

4- 2011 - 12 شهر - 250 يوماً

5- 2012 - 4 شهر - 82 يوماً

مصفوفة الاحتمالات الانتقالية:-

إن مصفوفة الاحتمالات الانتقالية تعد انعكاسا {لحركة الأسعار خلال السنوات المعروضة قيد البحث إذ إن أساس التحلي في سلاسل ماركوف هو تكوين أعداد المصفوفة أولاً} ومن ثم تقدير مصفوفة الاحتمالات الانتقالية ثانياً وسنرمز لها بالرمز  $\hat{P}$

$$\hat{P} = [P_{ij}]$$

وهذه المصفوفة مربعة من الدرجة  $3 \times 3$  وذلك لوجود ثلاث حالات وتسمى

مصفوفة الاحتمالات الانتقالية المنتهية لسلاسل ماركوف المستقرة في (24) الآتي:.

$$\hat{P} = \begin{matrix} & \begin{matrix} E_1 & E_2 & E_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \end{matrix} \dots\dots(24)$$

- حالة ارتفاع السعر.  $E_1$

- حالة انخفاض السعر.  $E_2$

- حالة استقرار السعر.  $E_3$

تعريف عناصر مصفوفة ماركوف:

إن عناصر المصفوفة الاحتمالية الانتقالية المقدره حسب الصفوف لكل حالة هي:.

1- حالة الإرتفاع  $E_1$

$P_{11}$ : احتمال ارتفاع السعر بعد أن كان مرتفعاً.

$P_{12}$ : احتمال انخفاض السعر بعد أن كان مرتفعاً.

$P_{13}$ : احتمال استقرار السعر بعد أن كان مرتفعاً.

2- حالة الإنخفاض  $E_2$

$P_{21}$ : احتمال ارتفاع السعر بعد أن كان منخفضاً.

$P_{22}$ : احتمال إنخفاض السعر بعد أن كان منخفضاً.

$P_{23}$ : احتمال استقرار السعر بعد أن كان منخفضاً.

3- حالة الاستقرار  $E_3$

$P_{31}$  احتمال ارتفاع السعر بعد أن كان مستقراً.

$P_{32}$ : احتمال انخفاض السعر بعد أن كان مستقراً.

$P_{33}$ : احتمال استقرار السعر بعد أن كان مستقراً.

تحديد عناصر المصفوفة:

يتبين مما تقدم أعلاه انه يمكن أيجاد المصفوفة الانتقالية كالآتي:.

	الارتفاع		
	الارتفاع	الانخفاض	الارتفاع
ارتفاع	ارتفاع	ارتفاع	ارتفاع
انخفاض	انخفاض	الانخفاض	انخفاض
		.....(25)	
		انخفاض	انخفاض
ارتفاع	ارتفاع	الارتفاع	ارتفاع
انخفاض	انخفاض	الانخفاض	انخفاض

التقدير بطريقة (M.L.E)

تم الاعتماد في هذه الطريقة على البيانات المتوفرة القصيرة (Micro data) وسوف نستخدم الصيغة (23) للتقدير والمصفوفة (11) للاستقرار.

وفي هذا التطبيق تم جمع البيانات وتنظيمها وترتيبها على أساس المصفوفة (24) حسب الأيام منذ بداية عام 2008 ولغاية نهاية الشهر الرابع من عام 2012 بالاعداد

مجلة دنائير/ العدد الرابع

المبينة في مصفوفة الأعداد الانتقالية للأسعار (4 سنوات واربعة اشهر أي 1086يوما) كما في (26):

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} E_1 & E_2 & E_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 303 & 267 & 9 \\ 268 & 214 & 8 \\ 8 & 9 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} \text{مجموع} \\ 579 \\ 490 \\ 17 \\ 1086 \end{matrix} \quad \dots (26)$$

من المصفوفة (26) يمكننا تقدير مصفوفة ماركوف بواسطة تقدير احتمالات الانتقال فتكون مصفوفة الاحتمالات الانتقالية للأسعار كما في (27) :

$$\hat{P}_{MLE} = \begin{matrix} & \begin{matrix} E_1 & E_2 & E_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.5233161 & 0.4611399 & 0.015544 \\ 0.5469388 & 0.4367347 & 0.0163265 \\ 0.4705882 & 0.5294118 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \dots(27)$$

وبعدها تم إيجاد  $\hat{p}^2, \hat{p}^3, \dots, \hat{p}^{12}$  باستخدام البرنامج الاحصائي Mat lab وتم التوقف عند  $\hat{p}^{12}$  لأننا حصلنا على الاستقرار في الخطوة رقم 12 أي تساوت عند هذه الخطوة المصفوفة  $\hat{p}^{11}$  مع المصفوفة  $\hat{p}^{12}$  وهذا يعني وصلنا الى الاستقرار وبذلك تم الحصول على متجه التوزيع المستقر للعملية.:

$$U_j = [0.533149 \quad 0.451197 \quad 0.015654]$$

وعلى المدى البعيد قد ظهر فيها ( $U_j$ ) ، اذا كانت مصفوفة الاحتمالات الانتقالية في التوزيع المستقر إن احتمال الارتفاع كان 0.533149 وبعدها حالة الانخفاض

0.451197 وأخيرا حالة الاستقرار 0.015654

الاستنتاجات

1. نلاحظ من خلال مصفوفة الاحتمالات الانتقالية المقدره بطريقة الامكان الاعظم ان حالة الارتفاع هي الأعلى.
2. نلاحظ من خلال مصفوفة الاحتمالات الانتقالية والتي تمثل التوزيع المستقر الذي تم الحصول عليه في الخطوة (12) بطريقة الامكان الاعظم (M.L.E) ان احتمال حالة الارتفاع كان في المرتبة الأولى وحالة الانخفاض في المرتبة الثانية وحالة الاستقرار في المرتبة الثالثة وهذا يعنى احصائياً إننا نتنبأ بارتفاع سعر الذهب في المستقبل.

### التوصيات

1. نوصي الجهات ذات العلاقة بأعتماد هذه الدراسات لمعرفة الاحتمالات التنبؤية للمستقبل عن اسعار الذهب.
2. نوصي باستخدام سلاسل ماركوف وتكوين مصفوفة الاحتمالات الانتقالية للمواد الاخرى التي يمكن ان نكون لها مصفوفة احتمالات انتقالية.
3. استخدام طرائق اخرى لتقدير مصفوفة الاحتمالات الانتقالية ومقارنتها مع طريقة الأمكان الأعظم.

### المصادر

1. العذاري، فارس مسلم والوكيل، علي عبد الحسين (العمليات التصادفية) جامعة بغداد مطبعة جامعة الموصل، 1991.
  2. السعدي، خليل برهان الدين فرحان تقلبات سعر صرف الدينار العراقي للمدتمن عام 1996 لغاية منتصف عام 2005، التنبؤ بسعره في المستقبل باستخدام (سلاسل ماركوف)، رسالة ماجستير في الإحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، K جامعة بغداد، 2006.
  3. لطفي تاج، وسرحان، عمار محمود علي (مقدمة في العمليات العشوائية) جامعة الملك سعود، النشر العلمي والمطابع المملكة العربية السعودية، 2007.
  4. الإنترنت
- http:// www.kitco.com تاريخ الاستلال من الانترنت 2012-5-1
5. الإنترنت.. http:// www.taiba.ae/ar/goldinfo.php
- تاريخ الاستلال من الانترنت 2012-6-10.