المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (11) 2007
ص ص [1–21]

المقارنة بين معالجة السيطرة والمعالجة تحت الاهتمام في حالة القياسات المكررة لبعض الطرائق المعلمية واللامعلمية

ظافر حسين رشيد*   سجى محمد حسين**

المستخلص

ان ابسط حالة لتصاميم القياسات المكررة المتضمن مقارنة معالجتين للوحدة التجريبية الواحدة. اذ ان تصاميم القياسات المكررة هي التصاميم التي فيها تطبق مجموعة من المعالجات او الشروط التجريبية على نفس الوحدة تجريبية. ولاجل المقارنة بين معالجتين لهذه التصاميم فقد تم استعمال الطرائق اللامعلمية بالاضافة الى الطريقة المعلمية في حالة عدم تحقق افتراض التوزيع الطبيعي للبيانات . وكذلك عرض الطريقة المقترحة ومقارنة نتائجها مع الطرائق الاخرى من خلال تطبيق بيانات تجربة حقيقية عليها .

Abstract

The simplest case of the Repeated Measures Designs which consist of comparing two treatments for the single subject.The Repeated Measures Designs are the designs which many of treatments or conditions are applied on the same subject. Therefore, for comparing between two treatments we use nonparametric methods as well as parametric method when the assumption of normal distribution is satisfied . We also present the suggested method and compare it's result with other metods by applying an actual experiment on them.

المقدمة والهدف

اذا كان الهدف من الدراسة هو مقارنة متوسط تاثيرات المعالجات المختلفة بحيث ان هذه المعالجات (treatments) قد طبقت على نفس الوحدة التجريبية (subjects) فان هذا النوع من التصاميم يدعى بتصاميم القياسات المكررة . ان ابسط حالة لتصميم القياسات المكررة المتضمن من تجميع استجابتين للوحدة

* استاذ/ قسم الاحصاء / كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة بغداد
** استاذ مساعد/ قسم الاحصاء / كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة بغداد

التجريبية الواحدة كما في حالة المقارنة بين معالجة السيطرة(دواء قياسي, placebo او معالجة العدم) من ناحية والمعالجة التي تحت الاهتمام من ناحية اخرى .او عندما تجمع البيانات كقبل وبعد المعالجة لمجتمعات معينة وتسمى في بعض المصادرbefore-after design لاحتساب ما اذا كان التغير في السلوك معنويا عند فترة معينة من الزمن.

لغرض اختبار فرضية عدم وجود فرق او تاثير بين معالجة السيطرة والمعالجة تحت الاهتمام للقياسات المكررة فقد تم استعراض اهم الطرائق المعلمية في حالة تحقق افتراض التوزيع الطبيعي للبيانات. اما في حالة عدم تحقق هذا الافتراض فقد تم استعراض اكثر الطرائق اللامعلمية شيوعا في هذه الحالة والمقارنة بينهم من خلال تطبيق بيانات تجربة حقيقية عليها لايتحقق فيها افتراض التوزيع الطبيعي للبيانات. بالاضافة الى عرض الطريقة المقترحة وتحليل نتائجها .

ان موضوع القياسات المكررة للحالتين المعلمية واللامعلمية اوجد له مكانا في المؤلفات الاحصائية منها Siegle,S. (1956) . و Bruning, (1968) J.L.&Kintz,B.L. . و Gibbons,J.D. (1971) . و Conover,W.J. للطبعتين في السنوات 1971و 1999. و (1975) Lapin,L.L . كذلك نجده في الكتب المخصصة لدراسة حالات متعددة المتغيرات مثل Timm,N.H. في سنة (1975) و Morrison,D.R. في سنة 1976. و (2000). Shesken,D. J . ونجد الكثير من الدراسات التي اهتمت بتصاميم القياسات المكررة في حالة معالجتين منها دراسة Raviv,A. في عام1978 حول الاختبارات اللامعلمية لمقارنة توزيعين غير مستقلين . ودراسة (1983) Lam,F.C.&Longnecker,M.Tالتي اقترح فيها اختبار مجموع الرتب لولكوكسون المعدل . و دراسة لكل منBrunner &Puri في عام 1996 حول الطرائق اللامعلمية لتصميم وتحليل التجارب . و في عام 2002 نشر كل من Brunner &Osgood بحثهما حول الطرائق اللامعلمية للقياسات المكررة باستخدام معالجتين في حالة البيانات المفقودة .

الجانب النظري

يتضمن هذا المبحث اهم الطرائق المعلمية المتمثلة باختبار t واهم الطرائق اللامعلمية المستعملة في تصاميم القياسات المكررة في حالة معالجتين وكما يلي :

اختبار t [11]

يستعمل لاختبار الفرضيات للعينات غير المستقلة (dependent) وفي تصاميم القياسات المكررة عندما تشاهد نفس الوحدة التجريبية عند شرطين تجريبيين او معالجتين . ان التوزيع الطبيعي هو التوزيع الملائم لبيانات المجتمع الممثلة لهذين الشرطين التجريبيين او المعالجتين.

لغرض اختبار الفرضية

$$H_0 : \tau = 0 \qquad ...(1)$$

فان احصاءة الاختبار للفرضية هي :

$$t = \frac{\bar{d}\sqrt{n}}{s_d} \qquad ...(2)$$

التي تتوزع توزيع t بدرجة حرية (n-1).

حيث ان : $\bar{d}$, S_d تمثل المتوسط والانحراف العياري لهذه الفروقات.

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$$

$$S_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2}{n-1}$$

وان

$$d_i = x_{i2} - x_{i1} \qquad , \quad i = 1, 2, \ldots n \qquad \ldots(3)$$

في حالة عدم مساندة البيانات لفرضية العدم فان البدائل الشائعة هي:

$H_1 : t < 0$ ...(4)

او

$H_1 : t > 0$ ...(5)

او

$H_1 : t \neq 0$ ...(6)

اذ ان (4) و(5) هي الفرضية البديلة الاتجاهية directional alternative hypothesis . وتحسب باختبار باتجاه واحد حيث ان الفرضية (4) تتحقق اذا كانت $t < -t_{\alpha\ ,\ n-1}$ وتتحقق الفرضية (5) اذا كانت $t > t_{\alpha\ ,\ n-1}$. اما (6) فهي الفرضية البديلة الغير اتجاهية (nondirectinal alternative hypothses) وتحسب باختبار باتجاهين. وتتحقق اذا كانت $|t| > t_{\alpha/2\ ,\ n-1}$.

الطرائق اللامعلمية

لقد تم اقتراح العديد من الطرائق اللامعلمية والتي استعملت لاختبار الفرضيات في تصاميم القياسات المكررة في حالة استعمال معالجتين ومن اهم هذه الاختبارات هي:

1 - اختبار الاشارة للازواج Binomial sign(paired sign test) [13]

يستخدم الاختبار اللامعلمي (p.s.t) في تصاميم القياسات المكررة او تصاميم العينات المترابطة او غير المستقلة(dependent) وهو امتداد لاختبار الاشارة لعينة واحدة(13) . في حالة اختبار الاشارة فانه يتطلب n من الوحدات (n زوج من الوحدات المترابطة) التي لها رتبتين (scores) (كل رتبة تم الحصول عليها تحت احدى المعالجتين). وتمثل بالرمزين x_2, x_1 لكل وحدة . ويتم احتساب الفرق بين الرتبتين والذي يرمز له بالرمز D حيث ان :

$D = x_1 - x_2$ … (7)

وتحدد اشارة الفرق (D)الى كل زوج من الرتب . وتكون الاشارة موجبة (D^+) اذا كانت الرتبة الاعلى عند المعالجة الأولى(وهذا يعني$x_1>x_2$). بينما اشارة الفرق تكون سالبة(D^-) اذا كان $x_2>x_1$.

يستخدم هذا الاختبار لاختبار فرضية العدم القائلة بان المجتمع الممثل بواسطة العينة بان نسبة الوحدات التي تحصل على اشارة فرق موجبة يساوي 0.5 (حيث ان نسبة الوحدات التي تحصل على اشارة فرق موجبة للمجتمع المذكور تمثل بواسطة الرمز(π^+). اي ان فرضية العدم كما يلي:

$$H_0 : \pi^+ = .5 \qquad ...(8)$$

ان احصاءة الاختبار تطبق لاجل الحصول على احتمالية للحصول على x والتي تمثل عدد اشارات الفرق الموجبة لمجموعة بحجم n من الدرجات.

$$p(X \geq x) = \sum_{r=x}^{n} \binom{n}{x} (\pi^+)^x (\pi^-)^{n-x} \qquad ...(9)$$

حيث ان :

π^+, π^- : نسبة الوحدات التي تحصل علىاشارة الفرق الموجبة والسالبة على التوالي.

n : تمثل عدد اشارة الفروق.

x : تمثل عدد اشارة الفروق الموجبة .

ان الطريقة الاكثر كفاءة للحصول على احتمالية الحصول على قيمة x المساوية الى او اكبر من العدد المشاهد من اشارات الفروقات الموجبة تحسب باستخدام جداول التوزيع الثنائي.الذي يعطي الاحتمالية التجميعية للتوزيع الثنائي. وترفض فرضية العدم اذا كانت القيمة الاحتمالية للحصول على قيمة اكبر من او تساوي x هي اقل من القيمة المحددة لـ α.

في حالة حجوم العينات الكبيرة فان تقريب التوزيع الثنائي للتوزيع الطبيعي يستخدم لاختبار الاشارة للازواج المتقابلة مع او بدون معامل الاستمرارية (correction for contiuity) .

معادلة التقريب الطبيعي لاختبار الاشارة(بدون معامل الاستمرارية) تكون:

$$z = \frac{x - n(\pi^{+})}{\sqrt{n(\pi^{+})(\pi^{-})}} \qquad ...(10)$$

حيث ان :

n : تمثل حجم العينة

معادلة التقريب الطبيعي لاختبار الاشارة(باستخدام معامل الاستمرارية) تكون:

$$z = \frac{|x - n(\pi^{+}) - .5|}{\sqrt{n(\pi^{+})(\pi^{-})}} \qquad ...(11)$$

وان فرضية العدم ترفض اذا كانت القيمة المطلقة لـ z المستخرجة اكبر او تساوي القيمة الجدولية لمستوى المعنوية α.

2 - اختبار Wilcoxon –matched paires signed-ranks [13]

ان هذا الاختبار هو امتداد لاختبار wilcoxon signed-ranks المقترح من قبل Frank wilcoxon عام 1945(15). ولاجل ان يطبق اختبار (W.M.P.S.R) فانه يتطلب n من الوحدات (ازواج الوحدات المترابطة) لها فترتين(interval) / درجات نسبة(Ratio Scores) كل رتبة تم الحصول عليها تحت احدى المعالجتين ويتم احتساب فرق الرتبة لكل وحدة كما في الصيغة (7) .

ان الفرضية تحت اختبار(W.M.P.S.R) تنص على : هل ان الوسيط لفرق الرتبة (والذي سنرمزه بـ θ_D) للمجتمعات المذكورة الممثلة بواسطة العينات/المعالجات) يساوي صفر ام لا. والممثلة بالشكل التالي:

$$H_0 : \theta_D = 0 \qquad ...(12)$$

فاذا حصلنا على فروق معنوية فهذا يشير الى احتمالية عالية بان المعالجتين تمثلان مجتمعين مختلفين .

عند اعطاء رتبا لفرق الدرجات في هذا الاختبارفيجب مراعاة الاموراالتالية:

1) ترتب القيم المطلقة لفرق الدرجات ($|D|$) ترتيبا تصاعديا (وهذا يعني اشارة فرق الدرجات لاتؤخذ بنظر الاعتبار

2) عندما يكون فرق الدرجات مقداره صفر فلا تعطى رتبا وهذا يعني ازالة اية مفردة تؤدي الى فرق رتبة مساويا للصفر.

3)عندما تتكرر الدرجات في البيانات فان معدل الرتب المتضمن يحدد الى جميع الدرجات المكررة للرتبة المعطاة.

4)الرتبة (1) تحدد الى فرق الدرجات باقل قيمة مطلقة وان الرتبة (n_1) تحدد الى فرق الدرجات باعلى قيمة مطلقة. (n_1 : عدد اشارات الرتب غير الصفرية)

5) وبعد ان يتم وضع الرتب للقيمة المطلقة لفرق الدرجات (scores) يتم وضع اشارة فرق الرتبة امام الرتبة , ثم حساب مجموع الرتب للاشارات الموجبة ($\sum R^+$) ومجموع الرتب للاشارات السالبة ($\sum R^-$).

ان القيمة المطلقة لاصغر قيمة بين القيمتين $\sum R^+$ و $\sum R^-$ تحدد كنتيجة لاحصاءة اختبار T (W.M.P.S.R)ان قيمة T تفسر بواسطة مقارنتها مع قيمة T الجدولية لاختبار (W.M.P.S.R). وان فرضية العدم ترفض اذا كانت قيمة T المحسوبة هي اقل من او تساوي القيمة الجدولية عند مستوي معين من المعنوية.

ويستخدم التقريب الطبيعي لاحصاءة (T) عند حجوم العينات الكبيرة على الرغم من ان المصادر لم تتفق على القيمة التي يكون فيها حجم العينة لغرض التقريب الى التوزيع الطبيعي فانه تستخدم الاحصاءة :

بدون استخدام معامل الاستمرارية

$$Z=\frac{T-\frac{n_1(n_1+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n_1(n_1+1)(2n_1+1)}{24}}} \qquad ....(13)$$

حيث ان:

n_1 : تمثل عدد اشارات الرتب غير الصفرية

T: تمثل القيمة المحسوبة لـ T (W.M.P.S.R).

باستخدام معامل الاستمرارية

$$Z=\frac{\left|T-\frac{n_1(n_1+1)}{4}\right|-.5}{\sqrt{\frac{n_1(n_1+1)(2n_1+1)}{24}}} \qquad ....(14)$$

وعند ظهور حالة تكرار في فروق الدرجات للمشاهدات فانه تستخدم المعادلة التالية:

$$Z=\frac{T-\frac{n_1(n_1+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n_1(n_1+1)(2n_1+1)}{24}-\frac{\sum t_i^3-\sum t_i}{48}}} \qquad ...(15)$$

t : تمثل عدد الوحدات المتضمنة في كل مجموعة للرتب المكررة.

وفي جميع الحالات اذا كانت قيمة z المستخرجة اكبر من قيمة z الجدولية فيتم رفض فرضية العدم.

3- اختبار R

اقترح Raviv,A.(1978) (12) اختبارا للفرضية القائلة بان احدى التوزيعات العشوائية هي اكبر من الاخر وباستخدام عينة من توزيع ثنائي غير معلوم في حالة العينات المترابطة .

فلاختبار فرضية العدم

$$H_0 : F(x)=G(x) \qquad \forall x \qquad \text{... (16)}$$

$$H_1 : F(x)\leq G(x) \qquad , \quad F(x)\equiv G(x) \ \forall \ x$$

وتظهر هذه الصيغة في كثير من الحالات البحثية وهي مناسبة عندما تكون العينتين بشكل ازواج (ليست ستقلة) لاتتوزع توزيع طبيعي . ان احصاءة الاختبار هي :

$$T = n^{1/2}\,[R/\{n(n-1)\}-.5]\ /\ \hat{\gamma}^{\,1/2} \qquad \text{...(17)}$$

اذ ان T تتوزع توزيع طبيعي قياسي ويستخدم لاختبار فرضية العدم التي ترفض عند القيم الكبيرة لـ T حيث ان:

$$R=\sum_{i}\sum_{\neq j} Z_{ij} = \sum\sum Z_{ij} - \sum\sum Z_{ii} \qquad \text{...(18)}$$

اذ تعرف Z_{ij} كما يلي:

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1 & x_i > y_j \\ 0 & other\ wise \end{cases} \quad i, j = 1,2,...n \qquad \text{...(19)}$$

و

$$\hat{\gamma} = \sum (T_i - \overline{T})^2 / n$$

$$= \frac{\sum T_i^2}{n} - \overline{T}^2 \qquad ....(20)$$

$$= \sum \{(n-1)^{-1} \sum_{j \neq i} (Z_{ij} + Z_{ji})\}^2 / n \ - \{\sum_{i \neq j} \sum (Z_{ij} + Z_{ji})^2 / \{n(n-1)\}^2$$

وان

$$\overline{T} = \frac{\sum T_i}{n}$$

وان

$$T_i = \sum_{j \neq i} (Z_{ij} + Z_{ji}) / (n-1) \qquad ....(21)$$

حيث انT_i هي مجموع نسبة الـ X_j's اكبر من Y_i's ونسبة كل Y_j's اقل من X_i's .

وترفض فرضية العدم اذا كانت $T > \Phi^{-1}(1-\alpha)$

4 - اختبار modified Wilcoxon rank sum

اقترح كل من Longnecker& Lam,F.c. (8) طريقة لاختبار تساوي التوزيعات عندما تكون العينة من مجتمع ذي توزيع ثنائي.

لتكن $X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots X_{(n)}$ هي احصاءة مرتبة للعينة X . لتكن $R_i(i=1,2,3,\ldots)$ تمثل الرتب لـ $X_{(i)}$ في العينة المركبة. أي ترتب القيم للعينتين Y,X تصاعديا ثم تعطى رتبا من اصغر قيمة الى اكبر قيمة حيث ان اصغر قيمة تعطى رتبة (1) وثاني اصغر قيمة تعطى رتبة (2) وهكذا وفي حالة وجود قيم متساوية فيؤخذ معدل الرتبة . فلاختبار فرضية العدم :

$$H_0 : F_x = F_Y \qquad ... (22)$$

فان احصاءة الرتب لـ modified Wilcoxon rank sum سوف تكون :

$$W_p = \sqrt{(2n+1)} \left\{ \frac{1}{n(2n+1)} \sum_{i=1}^{n} R_i - \frac{1}{2} \right\} \Big/ \sigma_n \qquad ...(23)$$

حيث ان :

$$\sigma_n^2 = \frac{(1-\hat{\rho}_G)}{12}$$

ولتكن $\hat{\rho}_G$ هي معامل سبيرمان لارتباط الرتب وتساوي :

$$\hat{\rho}_G = \frac{12}{n(n^2-1)} \sum_{i=1}^{n} S_i T_i - \frac{3(n+1)}{(n-1)}$$

اذ ان S_iهي الرتب لـ X_i في العينةX .اي تعطى رتبة للعينة X من اصغر قيمة الى اكبر قيمة وكما مذكور اعلاه . وان T_iهي رتبة الـ Y_i في العينة Y .

وان W_p تتوزع توزيعا طبيعي قياسي عند مستوى معنوية α وترفض فرضية العدم (22) عندما $W_p \geq Z_{1-\alpha}$. النسبة المئوية لـ 1-α للتوزيع الطبيعي القياسي.

5- الطريقة المقترحة

اقترح الباحث .Thompson,G.L (14) احصاءة رتب الاشارة (Signed rank statistic) للمشاهدات المعتمدة حيث افترض احصاءة تحويل رتب الاشارة (Signed rank transform statistic) لنموذج العينة الواحدة المتعددة المتغيرات لاختبار الفرضية بعدم وجود فروق بين توزيعات الكثافة الاحتمالية التجميعية الحدية.

لقد اقترحت الباحثة استخدام تلك الطريقة لاختبار فرضية العدم القائلة بعدم وجود فروق معنوية لتأثيرات المعالجات المختلفة في تصاميم القياسات المكررة في حالة معالجتين مع اجراء بعض التحويرات عليها.

وفيما يلي عرض للطريقة :

لتكن $\underline{X}_k = \{X_{1k}, X_{2k}, ..., X_{rk}\}, 1 \le k \le n$ عينة عشوائية من مجتمع بدالة توزيع كثافة احتمالية تجميعية (c.d.f) هي $F(\underline{X})$. ولتكن $F_{ik}(x)$ تشير الى توزيع دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية (c.d.f) الحدية لـ X_{ik} وقد افترض بان توزيع دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية (c.d.f) الحدية هي مستمرة.

لتكن R_{ik} تمثل الرتب لـ X_{ik} , $1 \le k \le n$, $1 \le i \le 2$ بين 2n من المتغيرات العشوائيةX_{ik} حيث ان:

$$R_{ik} = \sum_{b=1}^{2} \sum_{c=1}^{n} u(X_{ik} - X_{bc}) \qquad , \{X_{ik} : 1 \le i \le 2 , \ 1 \le k \le n\} \qquad ...(24)$$

اذ ان الدالة:

$$u(x) = \begin{Bmatrix} 1 & if \quad x \ge 0 \\ 0 & if \ x < 0 \end{Bmatrix}$$

وهذا يعني دمج قيم العينتين في عينة واحدة يطلق عليها X_{bc} ثم يطرح قيمة كل مشاهدة X_{ik} من كل قيمة من قيم العينه المركبة X_{bc} فاذا كانت النتيجة اكبر او مساوية للصفر فان نتيجة حاصل الطرح تساوي واحد واذا كانت النتيجة اقل من الصفر فان نتيجة حاصل الطرح تساوي صفر ثم تجمع القيمة الناتجة فيتم الحصول على قيمة R_{ik} للمشاهدة X_{ik} .

لاختبار الفرضية القائلة بتساوي تاثير المعالجات:

$$F_1(x) = F_2(x) \qquad ...(25)$$

يكون باستخدام احصاءة الرتب التالية :

$$S_n(i) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{b=1}^{2} d_{bk}(i) a_{bk} \qquad ...(26)$$

حيث ان:

$S_n(i)$: تمثل احصاءة الرتب.

d_{bk} : هي ثوابت وتساوي 0 او 1 $d_{bk}(i) = 1$ طبقا الى $b \neq i$ او $b = i$ على التوالي.

a_{bk} : هي رتب الدرجة (Score ranks) والتي يتم الحصول عليها من دوال الدرجة(Score functions) φ وهي دالة قيم حقيقية غير صفرية معرفة في المدة (0,1) وتتميز هذه الدوال بانها غير ثابتة وغير متناقصة وتحقق الاتي :

$$\int_0^1 \phi(u) du = 0 \qquad , \int \phi^2(u)\ du = A^2 < \infty$$

حيث ان:

$$a_M(m) = \phi\left(\frac{m}{M+1}\right)$$

حيث ان :

m : تمثل المركبة m

M : حجم العينة

$$a_{ik} = a_n(R_{ik})$$

وللتبسيط تم اقتراح استخدام رتب الاشارة (Score ranks) التالية:

$$a_{ik} = (12)^{1/2} \left(\frac{R_{ik}}{n+1} - \frac{1}{2}\right)$$

ولهذا فان

$$\underline{S_n} = S_n(1), S_n(2)$$

وان مصفوفة التباين والتباين المشترك $\hat{\Sigma}$ هي 2*2 وتساوي:

$$\hat{\sigma}_n^2(i) = (n-1)^{-1} \sum_{k=1}^{n} (a_{ik} - n^{-1} S_n(i))^2$$

$$\hat{\sigma}_n(i,j)=(n-1)^{-1}\sum_{i=1}^{n}(a_{ik}-n^{-1}S_n(i))(a_{jn}-n^{-1}S_n(j)) \qquad ...(27)$$

فان الاحصاءة المقترحة هي :

$$T=n^{-1}\underline{S_n}'\hat{\sum}^{-1}\underline{S_n}\approx\chi_r^2 \qquad ...(28)$$

وان الاحصاءة T هي مماثلة لاحصاءة Hotteling للاختبار ولكن باستبدال قيمة كل مشاهدة بالرتبة المقابلة لها .

اختبار (1975) Mardia

لتكن $X_1,X_2,\ldots,X_n$ هي عينه عشوائية من مجتمع بمتجه متوسطات μ ومصفوقة تباين وتباين مشترك Σ افترض بان $\overline{X}$ و S تشير الى متجه متوسطات العينة ومصفوفة التباين والتباين المشترك على التوالي. ولغرض اختبار فرضية العدم بان مشاهدات العينة العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات فقد اعتمد Mardia على القياسات التالية :

لغرض اختبار فرضية العدم

$$H_0: b_{1,p}=0 \qquad ...(29)$$

فان مقياس الالتواء المتعدد يحسب كما يلي:

$$b_{1,p}=\frac{1}{n^2}\sum_{i,j=1}^{n}r_{ij}^3 \qquad ...(30)$$

$$r_{ij}=(X_i-\overline{X})'S^{-1}(X_j-\overline{X})$$

ولاختبار الفرضية

$$H_0 : b_{2,p} = p(p+2) \qquad ...(31)$$

يستخدم مقياس التفرطح المتعدد حيث ان:

$$b_{2,p} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_{ij}^2 \qquad ...(32)$$

وتقارن القيمة المستخرجة لـ $b_{1,p}$ و $b_{2,p}$ مع القيم الجدولية فاذا كانت القيمة المستخرجة اقل من الجدولية لاترفض فرضية العدم بان البيانات تتوزع توزيع طبيعي متعدد المتغيرات .

الجانب التطبيقي

لغرض توضيح تلك الاساليب المدروسة والوصول الى افضل النتائج لكن باستخدام تجارب حقيقية والتي تكون قريبة من الحالة النظرية التي تمت دراستها . لذا خصص هذا المبحث الى دراسة بيانات تجربة حقيقة لتطبيقها على الطرائق التي تم عرضها في الجانب النظري في حالة تصاميم القياسات المكررة RM باستخدام معالجتين لتبيان الفرق بين نتائج الطرائق المدروسة. وقد تمت كتابة البرامج الخاصة بالطرائق المذكورة بلغة Qbasic.

التجربة

تبين هذه التجربة نتائج المعيارالحجمي للاضداد المعادلة لفايروس الحمى القلاعية النمط (o) لـ(20) من العجول من امهات (مصابة طبيعيا) بمرض الحمى القلاعية وملقحة بجرعة من لقاح (Raksha) الهندي المنشا . حيث قرأت النتائج قبل اعطاء اللقاح بعمر شهر وبعد اعطاء اللقاح بجرعة واحدة بعمر خمسة اشهر وكما يظهر في الجدول (1).

جدول (1)*

المعيار الحجمي للاضداد المعادلة لفايروس الحمى القلاعية النمط(o) في العجول من امهات (مصابة طبيعيا وملقحة) قبل اعطاء اللقاح وبعد اعطاء اللقاح Raksha الهندي المنشا

معيار الاضداد المعادلة للفيروس		
تسلسل الحيوان	قبل اعطاء اللقاح بعمر اربعة اشهر	بعد التلقيح بالجرعة بشهر بعمر خمسة اشهر
1	8	16
2	16	8
3	4	16
4	16	8
5	16	8
6	8	4
7	8	4
8	16	8
9	4	16
10	8	4
11	16	8
12	8	4
13	4	32
14	4	16
15	16	8
16	8	16
17	8	4
18	32	16
19	4	8
20	8	16

* المصدر(1)

للبيانات في الجدول المذكور سوف يتم تطبيق كافة الاختبارات عليها . في البداية يتم اختبار البيانات من حيث توافقها مع التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات ام لا وذلك باستخدام كل من احصاءتي الاختبار معامل الالتواء ومعامل التفرطح كما في الصيغتين (29) و(31). اذ كانت قيمة $b_{1,2}=5.676$ والتي هي اكبر من القيمة

الجدولية التي تساوي 2.356 و 3.669 للمستويين 0.05 و0.01 على التوالي. وكانت قيمة b2,2=12.773 وبمقارنتها مع القيمة الجدولية التي كانت القيمة الدنيا فيها تساوي 5.533 والقيمة العليا تساوي 10.114 عند المستوى 0.05 والقيمة الدنيا والعليا فيها تساوي 5.175 و11.609 عند المستوى 0.01 نجد بانها اكبر من القيمة الجدولية وبما ان القيمتين b1,2 وb2,2 اكبر من القيمة الجدولية وللمستويين لذا سيتم رفض فرضية العدم أي ان البيانات لاتتوزع توزيع طبيعي متعدد المتغيرات.

-الاختبار t

لاختبار الفرضية (1) يتم استخراج الفروق di كما في الصيغة (3) ثم تستخرج الاحصاءة t كما موضحة في الصيغة (2) . والتي كانت تساوي 248. =t وبمقارنتها مع قيمة t الجدولية ولاختبار بجانب واحد من الجانب الايمن التي كانت تساوي t(0.05,19)=1.729 وتساوي t(0.01,19)=2.539 وبما ان القيمة المستخرجة اقل من القيمة الجدولية لذا لانستطيع رفض فرضية العدم بمعنى لاتوجد فروق معنوية على تاثير اللقاح الهندي خلال الاشهر على نتائج المعيارالحجمي للاضداد المعادلة لفايروس الحمى القلاعية النمط (o) للعجول الملقح.

-الاختبار Paired sign test

لاختبار الفرضية (8) يتم استخراج الفروق di وبما ان عدد الفروق الموجبة $\sum D^{+}=12$ و$\sum D^{-}=8$ ولاجل الحصول على احتمالية الحصول على X=12 التي تمثل عدد اشارات الفروق الموجبة يتم استخدام المعادلة (9) اذ كانت القيمة المحسوبة تساوي P(x>12)=.2517 وبما انها اكبر من قيمة α المحددة وهي 0.05 و 0.01 لذا لانستطيع رفض فرضية العدم بمعنى لاتوجد فروق على تاثير اللقاح الهندي خلال الاشهرعلى نتائج المعيارالحجمي للاضداد المعادلة لفايروس الحمى القلاعية النمط (o) للعجول الملقحة .

-اختبار Wilcoxon Matched Paires signed Rank test

لاختبار الفرضية (12) يتم استخراج الفروق di كما موضح في العلاقة (7) ثم تثبت الرتب للقيم المطلقة للفروق ثم تثبت اشارات الفروق للرتب . ثم يتم ايجاد مجموع الرتب ذات الاشارة الموجبة ومجموع الرتب ذات الاشارة السالبة ثم تؤخذ القيمة المطلقة لاقل قيمة بين القيمتين اذ كانت تساوي T=102.5 وبمقارنتها مع القيمة الجدولية لـ Wilcoxon signed Rank test وباتجاه واحد وعند المستويين 0.05 و0.01 اذ كانا يساويان 60 و 43 على التوالي. وبما ان القيمة المستخرجة اكبر من قيمة T الجدولية لذا لانستطيع رفض فرضية العدم بمعنى لاتوجد فروق على تاثير اللقاح الهندي خلال الاشهرعلى نتائج المعيارالحجمي للاضداد المعادلة لفايروس الحمى القلاعية النمط (o) للعجول الملقحة .

-اختبار R

لاختبار الفرضية (16) يتم ايجاد الرتب لـ X_i وY_i وذلك بايجاد قيم Z_{ij} حسب الصيغة (19) ثم ايجاد قيمة R حسب الصيغة (18) والتي تساوي 114 ونجد قيمة $\hat{\gamma}$ حسب الصيغة (20) والتي تساوي 1424. ويتم حساب الاحصاءة (T) حسب الصيغة (21) والتي كانت تساوي 2.369- وبمقارنتها مع $\Phi^{-1}(0.95)$ والتي تساوي 1.645 عند $\alpha = 0.05$ لذا لانستطيع رفض فرضية العدم بمعنى لاتوجد فروق على تاثير اللقاح الهندي خلال الاشهر على نتائج المعيارالحجمي للاضداد المعادلة لفايروس الحمى القلاعية النمط (o) للعجول الملقحة .

-اختبار Modified Wilcoxon signed Rank test

لاختبار الفرضية (22) يتم ايجاد الرتب لقيم X_1وX_2 ورتب X_1 في العينة المشتركة ثم يتم ايجاد قيمة W_p من الصيغة (23) والتي تساوي 0.3323 – وبمقارنتها مع قيمة $Z_{1-\alpha}$ الجدولية عند $\alpha = 0.05$ اذ كانت تساوي 1.6449 لذا نلاحظ بان قيمة W_p المستخرجة اقل من القيمة الجدولية لذا لانستطيع رفض فرضية العدم بمعنى لاتوجد فروق على تاثير اللقاح الهندي خلال الاشهر على نتائج

المعيارالحجمي للاضداد المعادلة لفايروس الحمى القلاعية النمط (o) للعجول الملقحة.

-الطريقة المقترحة

لاختبار الفرضية (25) تستخرج الرتب R_{ik} للمشاهدةX_{ik} حسب الصيغة (24) ومنها يتم حساب a_{ik} لكل رتبة وحساب احصاءة الرتب بالصيغة (26) ثم يتم ايجاد احصاءة الاختبار Tحسب الصيغة (28) والتي تساوي T = .0415 وعند مقارنتها مع قيمة مربع كاي الجدولية وبمستوى 0.05 و0.01 اذ كانت تساوي 5.99147 و9.21034 على التوالي تبين بانها اقل من القيمة الجدولية وبهذا لانستطيع رفض فرضية العدم بمعنى لاتوجد فروق على تاثير اللقاح الهندي خلال الاشهر على نتائج المعيارالحجمي للاضداد المعادلة لفايروس الحمى القلاعية النمط (o) للعجول الملقحة .

يتبين من نتائج الاختبارات بان جميع الطرائق اللامعلمية بالاضافة الى الطريقة المعلمية كانت نتائجها متوافقة .

الاستنتاجات

من خلال التحليل المستخدم في هذه الدراسة وبالاعتماد على الجانب التطبيقي فقد تم التوصل الى بعض الاستنتاجات:ـ

1 - عند المقارنة بين الطريقة المعلمية والطرائق اللامعلمية وعندما لاتتوزع البيانات توزيعا طبيعيا نجد بان جميع هذه الطرائق اشتركت في التوصل الى نتائج موحدة لاختبار الفرضيات من حيث عدم رفض او رفض فرضية العدم التي تنص على عدم وجود اختلاف او فروق بين تاثير المعالجات المختلفة .

2 – إن النتائج التي تم الحصول عليها من الطريقة المقترحة كانت متوافقة مع نتائج الطرائق الاخرى.

المصادر

1- الهاشمي, سجى محمد حسين (2005) " مقارنة بعض الطرائق المعلمية واللامعلمية لبعض تصاميم القياسات المكررة " اطروحة دكتوراه في الاحصاء , كلية الادارة والاقتصاد ,جامعة بغداد

2-Brunner,edgar , Puri,maddan l.& Sun shan, (1995) ”Nonparametric methods for stratified two sample designs with application to multiclinic trials “.jasa, vol 90, no 431.

3-Brunner, edgar & puri,madan l. (1996)”Nonparametric methods in design and analysis of experiments”handbook of statistics vol 13 elsevier B.v.

4-Brunner, edgar &Osgood,D.Wayne (2002),”Rank Procedures for repeated measures with missing values” Sociological Methods &research , vol. 30,N0. 3

5-Chen,Yuh-Ing,Cheng,Sheng-shu,Wang,Hong-long(1996)”Rank-based comparisons of treatments with acontrol for repeated measures designs.

6-Conover,W.J.(1971),(1999)"practical nonparametric statistics,third edition.john wiley&sons.

7-Conover,W.j.and Iman,R.L.(1981)”rank transformations as abridge between parametric and nonparametric statistics” the American statistician, 35.

8-Lam,F.C.and.longnecker,M.T. (1983)”Amodified Wilcoxon Rank Sum test for paired data “.Biometrika, vol 70,no2.

9-Lehmann,E.L.(1975).”nonparametric statistical methods based on ranks “Holden –Day,inc.

10-Mardia,K.V. (1975)”assessment of multinormality and the robustness of Hottellings T2 test” Applied Statistics .vol.24, no.2.

11- Morrison,D.R.,(1976)"Multivariate Statistical Methods" Mc Graw-Hill , New york.

12-Raviv,Alona. (1978)"Anonparametric tests for comparing two-non-independent distributions". J.R .statistis.Soc .B6,Vol.40,No 2.

13-Sheskin, D.J.(2000)"Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures" second ed. , chapman& hall/cRc.

14-Thompson,G.L.(1990)"Asymptotic Distribution of Rank Statistics Under Dependencies with multivariate Application",J.Multivariate Analysis ,33.

15-Wilcoxon,Frank (1945)"Individual Comparisons by Ranking Methods ",Biometrics ,vol 1.