مقارنة بين طريقة العزوم وطريقة بيز لتقدير دالة المخاطرة لتوزيع Quassi Lindely .

أ. صباح هادي الجاسم

طالب الماجستير. احمد علوان صالح (*)

كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد

١-المستخلص :

في هذا البحث تم تقدير دالة المخاطرة لتوزيع Quassi Lindely (Q.L) باستعمال طريقة العزوم (Method of moments) وطريقة بيز القياسي ، ولاجل التوصل الى اكفاء طريقة في التقدير تم توظيف اسلوب المحاكاة بطريقة مونت كارلو و استعمال حجوم العينات (١٥,٢٥,٥٠,١٠٠) ، واظهرت النتائج ان طريقة العزوم هي الاكفاء في تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (Q.L) لاغلب القيم الافتراضية ولجميع حجوم العينات ، وذلك باستعمال المقياس الاحصائي معدل متوسط مربعات الخطأ باعتباره مقياسا عاما لانه عبارة عن مجموع التباين مضافا له مربع التحيز .

Abstract

In this research was to estimate the hazard function of Quassi Lindely distribution (QL) using the method of moments and the Standard Bayes Method, but to reach a competent way of appreciation were employed style of Monte Carlo simulation in a way was the use of sampling sizes (١٥,٢٥,٥٠,١٠٠) , results showed that the method of moments are competent in the estimate of the hazard distribution function (QL) for most of the default values for all sizes of samples, using the statistical measure of the average error rate boxes as a barometer of years because it is a total contrast plus a square bias .

٢-المقدمة وهدف البحث

هذا التوزيع اقترحه الباحثان (Rama Shanker and A. Mishra) في عام (٢٠١٣) وقد قاما بتقدير معلمتي التوزيع بطريقتي الامكان الاعظم والعزوم باستعمال بيانات لمجموعة من الحيوانات المصابة بمرض السل والطيور السوداء حسب ايام البقاء، كما قام الباحثان بايجاد عزوم التوزيع ودالة المخاطرة والالتواء والتفلطح لهذا التوزيع .

يهدف هذا البحث الى تقدير دالة المخاطرة باستعمال طريقة بيز القياسي (باستعمال دالة الخسارة التربيعية) بالاضافة الى طريقة العزوم .

٣- طرائق التقدير

توزيع (QLD) هو توزيع مختلط من متغيرين عشوائيين احدهما يتبع توزيعا اسيا بمعلمة (θ) والاخر يتوزع توزيع كاما بالمعلمتين (٢, θ)،

وباستخدام صيغة الخلط الاتية :

$$f(x,\alpha,\theta) = pf_{١}(x) + (١-p)f_{٢}(x) \qquad (١)$$

(*) جزء مستل من رسالة ماجستير للباحث الثاني.

اذ :

$$p=\frac{\alpha}{\alpha+١}\ ,\ f_١(x)=\theta e^{-\theta x}\ \text{and}\ f_٢(x)=\theta^٢ x e^{-\theta x}$$

لذلك ستكون دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير الذي يتوزع **Quassi Lindely** (QLD) بالشكل:

$$f(x,\alpha,\theta)=\frac{\theta(\alpha+x\theta)}{\alpha+١}e^{-\theta x}\qquad ;x>٠,\theta>٠,\alpha>-١\qquad (٢)$$

اذ ان :

θ : معلمة القياس (scale parameter)

α : معلمة الموقع (location Parameter)

دالة المخاطرة (*Hazard Function*)

$$h(t)=\frac{\theta(\alpha+x\theta)}{١+\alpha+\theta x}\quad ;\ x>٠,\theta>٠,\alpha>-١\qquad (٣)$$

٣-١ طريقة العزوم : Method of moments

وهي طريقة بسيطة وواسعة الاستخدام حيث يتم في هذه الطريقة مساواة عزوم المجتمع (حول الصفر) مع عزوم العينة (حول الصفر) فينتج بذلك عدد من المعادلات مساوي لعدد المعالم وبحل هذه المعادلات نجد مقدرات المعالم .

ولتقدير المعلمتين (θ,α) لتوزيع (QLD) بهذه الطريقة :

العزم الاول للمجتمع

$$Ex=\mu'_١=\frac{\alpha+٢}{\theta(\alpha+١)}\qquad (٥)$$

العزم الاول للعينة

$$m١=\frac{\sum x_i}{n}\qquad (٦)$$

وبعد مساواة المعادلتين (٥) و (٦) نجد قيمة $\hat{\theta}_{mo}$

والتي تساوي :

$$\hat{\theta}_{mo}=\frac{\hat{\alpha}_{mo}+٢}{\bar{x}(\hat{\alpha}_{mo}+١)}\qquad (٧)$$

العزم الثاني للمجتمع

$$\mu_٢=\frac{٢(\alpha+٣)}{\theta^٢(\alpha+١)}\qquad (٨)$$

العزم الثاني للعينة

$$m٢=\frac{\sum {x_i}^٢}{n}\qquad (٩)$$

ويتم استخراج المعادلة الثانية بمساواة والعزم الثاني للمجتمع مع العزم الثاني للعينة وتعويض قيمة $\hat{\theta}_{mo}$:

$$m٢=\frac{٢(\alpha+٣)}{\frac{(\alpha+٢)^٢}{\bar{x}^٢(\alpha+١)^٢}(\alpha+١)}$$

$$m٢=\frac{٢(\alpha^٢+٤\alpha+٣)\bar{x}^٢}{\alpha^٢+٤\alpha+٤}$$

$$(\mathrm{m}٢-٢\bar{\mathrm{x}}^٢)\hat{\alpha}^٢{}_{\mathrm{mo}}+٤(\mathrm{m}٢-٢\bar{\mathrm{x}}^٢)\hat{\alpha}_{mo}+٢(٢\mathrm{m}٢-٣\bar{\mathrm{x}}^٢)=٠\ \ ...\ (٩)$$

وبحل المعادلة اعلاه بطريقة (Newton-Raphson) نحصل على قيمة $\hat{\alpha}_{mo}$.

٢-٣ طريقة بيز القياسي Standard Bayes Method

تفترض طريقة بيز في التقدير ان المعلمات المراد تقديرها هي عبارة عن متغيرات عشوائية وهذه المتغيرات العشوائية تمتلك توزيعا اوليا(prior distribution) (دالة الكثافة الاحتمالية الاولية)$\pi(\theta)$ يحتوي على المعلومات الاولية (prior information)عن هذه المعلمات اذ ان هذه الطريقة لاتعتمد فقط على بيانات العينة في عملية التقدير لانها غير كافية حسب هذه الطريقة .

وهناك عدة انواع لدول الكثافة الاحتمالية الاولية ، احدى هذه الدوال هي دالة الكثافة الاحتمالية غير المعلوماتية (Non- Informative P.d.f) وهي دالة تستخدم في حالة عدم وجود معلومات اولية عن المعلمة المراد تقديرها ، وهناك طريقتين لاختيار هذه الدالة حسب صيغة (Jeffery) سنعتمد في هذا البحث على الطريقة الاولى التي تعتمد على مجال المعلمة وكما يلي :

١. اذا كان مجال المعلمة (-∞,∞) فان دالة الكثافة الاحتمالية تتوزع توزيعا منتظما

$$\pi(\theta) \propto d\theta$$

$$\pi(\theta) = \mathrm{c} \qquad \mathrm{c} > ٠, -\infty < \theta < \infty$$

٢. واذا كان مجال المعلمة مجالا موجبا $(٠,\infty)$ فان دالة الكثافة الاحتمالية الاولية تتوزع توزيعا لوغارتميا منتظما

$$\pi(\theta) \propto \frac{١}{\theta}$$

$$\pi(\theta) = \frac{c}{\theta}$$

وبعد ايجاد التوزيع الاولي للمعلمة يتم ايجاد التوزيع المشترك عن طريق ضرب هذا التوزيع الاولي للمعلمة في دالة الامكان الاعظم (likelihood function) لمشاهدات العينة :

$$g(x_١, x_٢, \dots . x_n, \theta) = f(x_١, \theta) f(x_٢, \theta) \dots f(x_n, \theta)\, \pi\theta$$

$$= L(x|\theta)\pi(\theta)$$

ومن التوزيع المشترك يمكن ايجاد دالة الكثافة الحدية لمشاهدات العينة :

$$g(x_١, x_٢, \dots . x_n) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x_١, x_٢, \dots . x_n, \theta)\, d\theta = \int_{-\infty}^{\infty} L(x|\theta)\pi(\theta)$$

وبعد قسمة التوزيع المشترك على دالة الكثافة الحدية نحصل على التوزيع اللاحق الذي يحتوي على المعلومات السابقة والحالية للمعلمة المطلوب تقديرها :

$$\pi(\theta|x_١, x_٢, \dots . x_n) = \frac{L(x|\theta)\pi(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} L(x|\theta)\pi(\theta)} \dots (١٠)$$

ان مقدر بيز يمكن الحصول عليه عن طريق استعمال دالة الخسارة (Loss Function) التي تأخذ صيغا مختلفة .

دالة الخسارة : Loss function

يمكن تعريف دالة الخسارة $\mathrm{L}(\hat{\theta}, \theta)$ بأنها الدالة التي نستطيع من خلالها قياس الخسارة الناتجة من عملية تقدير θ بالمقدر $\hat{\theta}$. اي ان هناك فرق بين التقدير والمعلمة وبصورة عامة الخسارة تقاس بواسطة دالة الفرق بين المقدر والمعلمة $\theta - \hat{\theta}$ او النسبة بين المقدر والمعلمة $\frac{\hat{\theta}}{\theta}$.

فأذا كانت $\theta = \hat{\theta}$ فهذا يعني انه لاتوجد خسارة ، واذا كانت $\theta < \hat{\theta}$ فهذا يعني ان هناك خسارة تسمى (underestimation) ، من ناحية اخرى اذا كانت $\hat{\theta} > \theta$ فأن الخسارة تدعى (overestimation) .

و يمكن تعريف دالة الخسارة $L(\hat{\theta},\theta)$ بانها دالة قيمها الحقيقية تحقق :

١. $L(\hat{\theta},\theta) \geq ٠$ لكل المقدرات الممكنة $\hat{\theta}$ ولكل قيم المعلمة θ للمجتمع المدروس .

٢. $L(\hat{\theta},\theta) = ٠$ عندما $\hat{\theta} = \theta$.

وهناك دوال الخسارة مختلفة وكل دالة من هذه الدوال تعطي مقدر بيز لθ يختلف عن مقدرات الدوال الاخرى . وفي هذا البحث سنستخدم دالة الخسارة التربيعية التي تفترض تساوي الخسارة فوق التقدير (overestimation) مع الخسارة تحت التقدير (underestimation) ، وان صيغة هذه الدالة هي كالآتي :

$$L(\hat{\theta},\theta) = a(\hat{\theta}-\theta)^{٢}$$

دالة المخاطرة : Risk Function

لايجاد مقدر بيز نحتاج لايجاد التوقع اللاحق لدالة الخسارة $E\left[L(\hat{\theta},\theta)\right]$ بواسطة الصيغة $\int_{\forall\theta} L(\hat{\theta},\theta)\mathrm{p}(\theta/x)d\,\theta$ التي تسمى دالة المخاطرة ، اذن مقدر بيز هو تقليل هذه الدالة بالنسبة ل $\hat{\theta}$.

مقدرات بيز باستخدام دالة الكثافة الغير معلوماتية ودالة الخسارة التربيعية

نفترض ان α تتبع توزيعا منتظما بمعلمات فوقية ($b=c_{١}$-١ , a=-١)

$$\pi(\alpha) \propto d\alpha \qquad\qquad \pi(\alpha) = \frac{١}{c_{١}}$$

اما توزيع θ فانه يتبع التوزيع الآتي :

$$\pi(\theta) \propto \frac{١}{\theta} \qquad\qquad \pi(\theta) = \frac{c_{٢}}{\theta}$$

دالة الكثافة الإحتمالية المشتركة الأولية غير المعلوماتية هي :

$$\pi(\theta,\alpha) = \frac{c_{٢}}{c_{١}\theta}$$

دالة الامكان الاعظم هي :

$$L(x|\theta,\alpha) = \frac{\theta^{n}}{(\alpha+١)^{n}}\prod_{i=١}^{n}(\alpha+x\theta)e^{-\theta\sum x}$$

$$L(x|\theta,\alpha)\pi(\theta,\alpha) = \frac{c_{٢}}{c_{١}}\left[\frac{\theta^{n-١}}{(\alpha+١)^{n}}\prod_{i=١}^{n}(\alpha+x\theta)e^{-\theta\sum x}\right]$$

التوزيع اللاحق :

$$\pi(\theta,\alpha|x) = \frac{\frac{c_{٢}}{c_{١}}\left[\frac{\theta^{n-١}}{(\alpha+١)^{n}}\prod_{i=١}^{n}(\alpha+x\theta)e^{-\theta\sum x}\right]}{\frac{c_{٢}}{c_{١}}\left[\int_{٠}^{\infty}\int_{-١}^{\infty}\frac{\theta^{n-١}}{(\alpha+١)^{n}}\prod_{i=١}^{n}(\alpha+x\theta)e^{-\theta\sum x}d\alpha d\theta\right]}$$

$$\pi(\theta,\alpha|x) = \frac{\left[\frac{\theta^{n-١}}{(\alpha+١)^{n}}\prod_{i=١}^{n}(\alpha+x\theta)e^{-\theta\sum x}\right]}{\left[\int_{٠}^{\infty}\int_{-١}^{\infty}\frac{\theta^{n-١}}{(\alpha+١)^{n}}\prod_{i=١}^{n}(\alpha+x\theta)e^{-\theta\sum x}d\alpha d\theta\right]} \quad ..(١١)$$

دالة المخاطرة :

$$h(t) = \frac{\theta(\alpha+x\theta)}{1+\alpha+\theta x}$$

مقدر دالة المخاطرة باستعمال دالة الخسارة التربيعية :

$$\hat{h}_{\mathrm{ELF}}(x) = \frac{\int_0^\infty \int_{-1}^\infty (\frac{\theta(\alpha+x\theta)}{1+\alpha+\theta x})\left[\frac{\theta^{n-1}}{(\alpha+1)^n}\prod_{i=1}^n(\alpha+x\theta)e^{-\theta\sum x}\right]}{\left[\int_0^\infty \int_{-1}^\infty \frac{\theta^{n-1}}{(\alpha+1)^n}\prod_{i=1}^n(\alpha+x\theta)e^{-\theta\sum x}d\alpha d\theta\right]} \quad \dots\dots (١٢)$$

تقريب ليندلي : (Lindley Approximation)

نظرا لصعوبة حساب التكاملات الخاصة بايجاد مقدر دالة المخاطرة لذلك لابد من استعمال اساليب تقريبية لحل هذه التكاملات وايجاد $\hat{h}_B(t)$ وفي هذا البحث سنستخدم تقريب ليندلي لحساب نسبة التكاملات ، وهذا الاسلوب اقترحه الباحث ليندلي (D.V. Lindley) (١٩٨٠) كما الصيغة الاتية :

$$E(\phi(\theta)|t) = \frac{\int \phi(\theta)e^{l(\theta)+p(\theta)}\,d\theta}{\int e^{l(\theta)+p(\theta)}\,d\theta} \quad \dots\dots\dots (١٣)$$

$$E(\phi(\theta)|t) \cong \phi(\theta) + \frac{1}{2}[A + l_{30}B_{12} + l_{03}B_{21} + l_{21}C_{12} + l_{12}C_{21}] + P_1A_{12} + p_2A_{21} \quad \dots\dots..(14)$$

اذ ان :

$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$: متجه المعلمات المطلوب تقديرها .

$\pi(\theta)$: التوزيع الاولي .

$p(\theta)$: اللوغارتم الطبيعي للتوزيع الاولي $\pi(\theta)$.

$l(\theta)$: يمثل لوغارتم دالة الامكان الاعظم .

$\phi(\theta)$: دالة اختيارية للمعلمة θ .

$$A = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} \omega_{ij}\,\tau_{ij} \quad \dots\dots (١٥)$$

$$l_{ij} = \frac{\partial^{i+j} l(\theta)}{\partial\,\theta_1^i\theta_2^j} \qquad i,j = 0,1,2,3 \quad ; \quad i+j = 3 \quad \dots..(16)$$

$$P_i = \frac{\partial log\pi(\theta_1,\theta_2)}{\partial\theta_i} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (17)$$

$$\omega_{ij} = \frac{\partial^2\phi(\theta)}{\partial\theta_i\partial\theta_j} \quad \dots\dots\dots\dots\dots(١٨)$$

$$A_{ij} = \omega_i\,\tau_{ii} + \omega_j\tau_{ji} \quad (١٩)$$

$$B_{ij} = \left(\omega_i\,\tau_{ii} + \omega_j\,\tau_{ij}\right)\tau_{ii} \quad (٢٠)$$

$$C_{ij} = ٣\omega_i \tau_{ii} \tau_{ij} + \omega_j \left(\tau_{ii} \tau_{jj} + ٢ \tau_{ij}^{٢}\right) \qquad (٢١)$$

$$l_{٣٠} = \frac{\partial^{٣} l(\theta)}{\partial \theta_1^3} \qquad (٢٢)$$

$$l_{٠٣} = \frac{\partial^2 l(\theta)}{\partial \theta_2^3} \qquad (23)$$

$$\omega_{١} = \frac{\partial \phi(\theta)}{\partial \theta_1} \qquad (24)$$

$$\omega_{٢} = \frac{\partial \phi(\theta)}{\partial \theta_2} \qquad (٢٥)$$

مصفوفة معلومات فيشر :

$$I = \begin{bmatrix} \frac{\partial^{٢} \log l(\theta)}{\partial \alpha^{٢}} & \frac{\partial^{٢} \log l(\theta)}{\partial \alpha \partial \theta} \\ \frac{\partial^{٢} \log l(\theta)}{\partial \alpha \partial \theta} & \frac{\partial^{٢} \log l(\theta)}{\partial \theta^{٢}} \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots(٢٦)$$

τ_{ij} : تمثل سالب معكوس مصفوفة معلومات فيشر وعناصرها كالآتي :

$$\tau_{ii} = \frac{-I_{jj}}{(I_{ii} I_{jj} - I_{ij} I_{ji})} \qquad \ldots\ldots(٢٧)$$

$$\tau_{jj} = \frac{-I_{ii}}{(I_{ii} I_{jj} - I_{ij} I_{ji})} \qquad \ldots\ldots(٢٨)$$

$$\tau_{ij} = \frac{-I_{ji}}{(I_{ii} I_{jj} - I_{ij} I_{ji})} \qquad i \neq j \qquad (٢٩)$$

وعند استعمال تقريب ليندلي لتقدير دالة المخاطرة لتوزيع (QL) نحصل على :

لتكن : $\theta_{١} = \alpha \ , \theta_{٢} = \theta$

$$l_{30} = \frac{\partial^{٣} \log l(\theta)}{\partial \alpha^{٣}\, d\theta^{٠}} = \sum_{i=١}^{n} \frac{٢}{(\alpha + x\theta)^{٣}} - \frac{٢n}{(\alpha+١)^{٣}}$$

$$l_{03} = \frac{\partial^{٣} \log l(\theta)}{\partial \alpha^{٠} \partial \theta^{٣}} = \frac{٢n}{\theta^{٣}} + \sum_{i=١}^{n} \frac{٢x^{٣}}{(\alpha + x\theta)^{٣}}$$

$$l_{21} = \frac{\partial^{٣} \log l(\theta)}{\partial \alpha^{٢} \partial \theta} = \sum_{i=١}^{n} \frac{٢x}{(\alpha + x\theta)^{٣}}$$

$$l_{12} = \frac{\partial^{٣} \log l(\theta)}{\partial \alpha \partial \theta^{٢}} = \sum_{i=١}^{n} \frac{٢x^{٢}}{(\alpha + x\theta)^{٣}}$$

$$\pi(\theta, \alpha) = \frac{c_{٢}}{c_{١}\theta}$$

$$\log \pi(\theta, \alpha) = \log(c_{٢}) - \log(c_{١}\theta)$$

$$P_1 = \frac{\partial log\pi(\theta ,\alpha)}{\partial\alpha} = ٠$$

$$P_2 = \frac{\partial log\pi(\theta ,\alpha)}{\partial\theta} = -\frac{١}{\theta}$$

دالة المخاطرة :

$$h(x) = \frac{\theta(\alpha+x\theta)}{١+\alpha+x\theta} \quad ; \ x > ٠ , \theta > ٠ , \alpha > -١$$

$$w_i = \frac{\partial h(x)}{\partial\theta_i}$$

$$w_١ = \frac{\partial h(x)}{\partial\alpha} = \frac{\theta}{(١+\alpha+x\theta)^٢}$$

$$w_٢ = \frac{\partial h(x)}{\partial\theta} = \frac{(\alpha+٢x\theta)+(\alpha+x\theta)^٢}{(١+\alpha+x\theta)^٢}$$

$$w_{١١} = \frac{\partial^٢ h(x)}{\partial\alpha^٢} = \frac{-٢\theta}{(١+\alpha+x\theta)^٣}$$

$$w_{١٢} = \frac{\partial^٢ h(x)}{\partial\alpha\partial\theta} = \frac{١+\alpha-x\theta}{(١+\alpha+x\theta)^٣}$$

$$w_{٢١} = \frac{\partial^٢ h(x)}{\partial\theta\partial\alpha} = \frac{(١+\alpha+x\theta)(١+٢\alpha+٢x\theta)-٢(\alpha+\alpha^٢+٢x\alpha\theta+٢x\theta+x^٢\theta^٢)}{(١+\alpha+x\theta)^٣}$$

$$w_{٢٢} = \frac{\partial^٢ h(x)}{\partial\theta^٢} = \frac{(١+\alpha+x\theta)(٢x(\alpha+x\theta)+٢x)-٢x(\alpha+\alpha^٢+٢\alpha\theta x+٢\theta x+x^٢\theta^٢)}{(١+\alpha+x\theta)^٣}$$

$$I = \begin{bmatrix} \frac{n}{(\alpha+١)^٢} - \sum_{i=١}^{n} \frac{١}{(\alpha+x\theta)^٢} & -\sum_{i=١}^{n} \frac{x}{(\alpha+x\theta)^٢} \\ -\sum_{i=١}^{n} \frac{x}{(\alpha+x\theta)^٢} & \frac{-n}{\theta^٢} - \sum_{i=١}^{n} \frac{x^٢}{(\alpha+x\theta)^٢} \end{bmatrix}$$

$$\tau_{ij} = -I^{-١}$$

$$A = w_{١١}\tau_{١١} + w_{١٢}\tau_{١٢} + w_{٢١}\tau_{٢١} + w_{٢٢}\tau_{٢٢}$$
$$A_{١٢} = w_١\tau_{١١} + w_٢\tau_{٢١}$$
$$A_{٢١} = w_٢\tau_{٢٢} + w_١\tau_{١٢}$$
$$B_{١٢} = (w_١\tau_{١١} + w_٢\tau_{١٢})\tau_{١١}$$
$$B_{٢١} = (w_٢\tau_{٢٢} + w_١\tau_{٢١})\tau_{٢٢}$$
$$C_{١٢} = ٣w_١\tau_{١١}\tau_{١٢} + w_٢(\tau_{١١}\tau_{٢٢} + ٢\tau_{١٢}^{\ ٢})$$

$$C_{21} = 3w_2\tau_{22}\tau_{21} + w_1(\tau_{22}\tau_{11} + 2\tau_{21}^{\;2})$$

٤- الجانب التجريبي

تم استعمال اسلوب المحاكاة بطريقة مونت كارلو للمقارنة بين طرائق التقدير المختلفة حيث يتميز هذا الاسلوب بالمرونة ويوفر الكثير من التكاليف ، عن طريق الاخذ بنظر الاعتبار حجوم العينات المختلفة والقيم المختلفة لمعلمات التوزيع وتكرار التجربة في كل مرة ، ويتم في هذا الاسلوب توليد البيانات دون اللجوء الى البيانات الحقيقية مع عدم الاخلال بالدقة المطلوبة وتتلخص هذه الطريقة بالخطوات التالية :

١- تحديد القيم الافتراضية : حيث تم اختيار اربعة حجوم للعينات (١٥,٢٥,٥٠,١٠٠) ، وكذلك تم استخدام قيم افتراضية للمعلمتين وكما يأتي :

الجدول رقم (١) لنماذج القيم المختارة لمعلمتي توزيع (QL) (α , θ) .

Experience	θ	α
١	٠.٢	٠.٠٥
٢	٠.٥	-٠.١
٣	٠.١	٠
٤	٠.٠١	٠.١

٢- توليد البيانات

١- اذ تم توليد المتغير العشوائي بطريقة التحويل العكسي كما يلي :

$$u = F(x)$$
$$x = F^{-1}(u)$$
$$u = 1 - \frac{(1+\alpha+\theta x)e^{-\theta x}}{\alpha+1}$$
$$1 - u = \frac{(1+\alpha+\theta x)e^{-\theta x}}{\alpha+1}$$

وبعد مساواة المعادلة للصفر وحلها بطريقة (Newton-Raphson) نحصل قيم xالتي تتوزع توزيع (QLD) :

$$(1 - u) + \frac{(1+\alpha+\theta x)e^{-\theta x}}{\alpha+1} = 0 \qquad (30)$$

٢- حل المعادلات التي تم التوصل اليها في الجانب النظري بالطرق العددية .

٣- تم تحديد الطريقة التقدير الافضل عن طريق مقياس المقارنة (AMSE) في حالة تقدير دالة المخاطرة.

$$AMSE(\hat{h}(t)) = \frac{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{L}(\hat{h}(t)-h(t))^2}{nL} \qquad (31)$$

اذ ان :

L: عدد تكرارات التجربة (١٠٠٠) مرة .

n: عدد البيانات المولدة لكل عينة .

$\hat{h}(t)$: مقدر دالة المخاطرة .

$h(t)$: دالة المخاطرة حسب القيم الابتدائية .

وقد تم الحصول على النتائج المتمثلة بالجداول الآتية :

الجدول (٢) يبين متوسط مربعات الخطأ لتقدير دالة المخاطرة بجميع الطرائق وحجوم العينات ولجميع التجارب .

model	n	mom	bayelf	best
١	١٥	٠.٠٠٠٠٦١٤٠٦٠	٠.٠٠٠٠٧٢٧٦٢٠	mom
	٢٥	٠.٠٠٠٠٣٦٢٨٨٠	٠.٠٠٠٠٥١٢٨٤٠	mom
	٥٠	٠.٠٠٠٠١٥٥٩٨٠	٠.٠٠٠٠٣٢٧٩٦٠	mom
	١٠٠	٠.٠٠٠٠٠٧٦٩٨٨	٠.٠٠٠١٢٤٩١٠٠	mom
٢	١٥	٠.٠٠٣٨٠٠٠٠٠٠	٠.٠٠٣٧٠٠٠٠٠٠	bayelf
	٢٥	٠.٠٠٢٠٠٠٠٠٠٠	٠.٠٠١٩٠٠٠٠٠٠	bayelf
	٥٠	٠.٠٠٠٦٩٠٠٦٠٠	٠.٠٠٠٦٩٣٣٤٠٠	mom
	١٠٠	٠.٠٠٠١٥٣٨٠٠٠	٠.٠٠٠١٥٣٢٢٠٠	bayelf
٣	١٥	٠.٠٠٠٠٧٠٧١٠٠	٠.٠٠٠٠٨٧٥٦٧٠	mom
	٢٥	٠.٠٠٠٠٣٨٤٥٤٠	٠.٠٠٠٠٥٥٥٢٧٠	mom
	٥٠	٠.٠٠٠٠١٦٨٢٠٠	٠.٠٠٠٠٣٩٨٧٦٠	mom
	١٠٠	٠.٠٠٠٠٠٧٥٣٠٠	٠.٠٠٠١١٨٣٨٠٠	mom
٤	١٥	٠.٠٠٠٠٠٠٦٤٤٣	٠.٠٠٠٠٠٠٦٠٤٦	bayelf
	٢٥	٠.٠٠٠٠٠٠٦٥١٩	٠.٠٠٠٠٠٠٦٠٣٤	bayelf
	٥٠	٠.٠٠٠٠٠٠٦٦٠٣	٠.٠٠٠٠٠٠٦٠٧٣	bayelf
	١٠٠	٠.٠٠٠٠٠٠٦٥٧٦	٠.٠٠٠٠٠٠٦٠٣٨	bayelf

٥- **الاستنتاجات** : Conclusions

في حالة تقدير دالة المخاطرة كانت طريقة العزوم (mom) هي افضل من طريقة بيز (bayelf) باستعمال المقياس الاحصائي (AMSE) .

٦- التوصيات : Recommendations

استعمال طريقة العزوم في تقدير معلمات ودالة المخاطرة لتوزيع (QLD) .

المصادر: References

١- الجميلي ، صَبا صباح أحمد (٢٠٠٧) ، " مقارنة بعض طرائق تقدير المعلمة والمعولية لإنموذج رَيلي للفشل لبيانات تامة وبيانات تحت المراقبة من النوع الأول باستخدام المحاكاة " ، رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد .

٣ – فرحان ، حلا سلمان (٢٠٠٧) ، " مقارنة طرائق تقدير دالة البقاء لتوزيع لوماكس باستخدام عينات مراقبة من النوع الثاني " رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

٢ - عبد الحسين، زينب علي عبد الحسين (٢٠١١)، " مقارنة بعض طرائق تقدير معلمات توزيع كمبل للقيمة المتطرفة العظمى باستخدام المحاكاة مع تطبيق عملي على العواصف الغبارية" رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

٣- نعمان ، إنعام عبدالرحمن (٢٠١٢) ، " تصميم خطط عينات القبول للشركة العامه للصناعات الالكترونية بأستخدام التوزيع الاسي العام" ، اطروحة دكتوراه ، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

١. A. Sankarasubramanian , K. Srinivasan," Investigation and comparison of sampling properties of L-moments and conventional moments " , Journal of Hydrology ٢١٨ (١٩٩٩) ١٣–٣٤.

٢. Gupta, R.D., and Kundu, D., (٢٠٠٠), "Generalized Exponantial Distribution: different method of estimation", Journal of statistical computation and simulation, vol. ٣٠, no. ٤, pp ٣١٥-٣٣٨.

٣. Hosking, J. R. M. (١٩٩٠). L-moments: analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. Journal of the Royal Statistical Society, Series B ٥٢, ١٠٥-١٢٤.

٤. Shanker , R. &Mishra , A. (٢٠١٣) ."A quasi Lindley distribution" , African Journal of Mathematics & Computers Research , Vol. ٦ , No. ٤ , PP. ٦٤-٧١ .