المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (20) 2011
عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي الرابع كلية علوم الحاسوب والرياضيات
ص ص [38– 46]

معولية خطط معاينة القبول لتوزيع كاما لاوقات الفشل تحت اساوب المراقبة الهجينة

د ضويه سلمان حسن* د. نشأت جاسم محمد** لمياء محمد علي حميد***

المستخلص

يهتم هذا البحث بمسالة دراسة معولية قبول خطط المعاينة التي تختلف من خطط المعاينة التقليدية في كون الاولى تستخدم اوقات فشل لتوزيعات غير التوزيع الطبيعي وبيانات تحت المراقبة وذلك لقياس الصفات الثابتة للجودة .والهدف من معولية خطة المعاينة هو الحصول على حجم العينة الامثل وعدد حالات الفشل فيها و اللذين يحققان خطورة معلومة مسبقا للمنتج والمستهلك وتحت وقت البتر المعلوم ايضاً.وبالاعتماد على توزيع كاما *Gamma* (θ,γ) (بافتراض معلمة الشكل γ معلومة)، تم إجراء دراسة تجريبية لغرض تطبيق تلك الطريقة من خلال برنامج تم كتابته باستخدام لغة matlab تم اعداده لهذا الغرض .اذ تمت الحصول على العديد من الجداول الخاصة بمعولية خطط معاينة القبول ولقيم مختلفة للمعلمات وخطورة المنتج والمستهلك ولقيم المعلمات تحت الدراسة.

Reliability of Acceptance Sampling Plans for Gamma-Distribution Life Times Under Hybrid Censoring Scheme

Dr.Dhwyia S. Hussian Dr.Nashaat J. Mohammed Lameih M. Ali

ABSTRACT

This paper deals with Reliability of Acceptance Sampling Plan (RASP) which differs from ordinary sampling plan for a static quality characteristic,since it involves a non-normal fail time distribution and censored data.The plans consist of the optimal sample size and the critical number of failures which satisfy the consumer and producer risks are determined for a given censoring time.the distribution of life time is

* استاذ/كلية الادارة والاقتصاد/جامعة بغداد dhwyia.salma@yahoo.com
** هيئة التعليم التقني-الكلية التقنية الإدارية-بغداد nashaatg74@yahoo.com
*** مدرس/كلية الادارة والاقتصاد/جامعة بغداد

تاريخ الاستلام 2011/10/1 تاريخ القبول 2011/12/21

Gamma $G(\theta,\gamma)$ where the shape parameter (γ) is known ,plans are tabulated for selected combination of consumer and producer risks and parameter values are achieved by using matlab program written for this purpose.

المقدمة:

تطبق خطط عينات القبول سواء كانت مفردة ، مزدوجة اومتعددة عندما يتم تقييم نوعية المنتوج بواسطة العينات بدلا من الفحص الشامل الذي يعتبر مكلفا ويتطلب وقتاً وهو غير مجد في حالات الفحص التدميري اذ يؤدي فحص الوحدة الى تلفها ولذلك تستخدم خطط عينات القبول بدلا من الفحص الشامل وتعتبر الخطط حلقة الوصل بين خرائط السيطرة النوعية وبين الفحص الشامل .

وفي خطة المعاينة المفردة (n,c) يتم فحص عينة عشوائية (n) تؤخذ عشوائيا من الدفعة N،فاذا كان عدد الوحدات المعيبة (X) فيها يساوي او اقل من عدد محدد مسبقا وليكن (c) اي ان $(X \le c)$ عندئذ تقبل العينة وتقبل الدفعة،اما اذا كان $(X > c)$ فسوف ترفض العينة ويجري فحص شامل للكمية المتبقية $(N-n)$ ويتم تصليح او استبدال الوحدات المعيبة باخرى جيدة.ولكن في موضوع بحثنا المتمثل بمعولية خطط عينات القبول Reliability of Acceptance Sampling Plan(RASP) حيث يتضمن اجراء مجموعة من اختبارات الفشل للوحدات المنتجة وان قرارات قبول او رفض مجموعة الوحدات تستند الى البيانات المتجمعة عند وقت الاختبار ، وتتضمن خطط (RASP) تطبيق خطة واحدة او اكثر لتحديد وقت الفحص المخصص ووضعه عند مستوى معين ،وضمن هذه الخطط غالبا ما يعتمد مفهوم المراقبة (censoring)،فضلا عن ذلك تتضمن الخطط (RASP) صفة عشوائية وهي زمن الحياة (العمر) للوحدة المنتجة اي وقت الاشتغال لحين حصول الفشل في الوحدة المنتجة وهذا الزمن هو متغير عشوائي قد يتبع التوزيع الاسي او توزيع كاما او غيره من توزيعات وقت الفشل.

ان اسلوب المراقبة الهجينة (Hybrid censoring scheme) على الرغم من كونه استخدم لاول مرة عام 1954 من قبل الباحث Epstein [2] في تحليل البيانات تتبع توزيع الاسي والذي يمثل حالة مختلطة بين اسلوب المراقبة من النوع الاول والنوع الثاني الا انه حديثاً استحوذ على معظم دراسات تحليل المعولية ،وبافتراض (n) من الوحدات المتماثلة وضعت تحت الاختبار،فان الاختبار سوف يتوقف اذا كان عدد حالات الفشل لا تتجاوز عدداً محدداً مسبقاً $(r < n)$ او ان وقت الاختبار لا يتجاوز وقتاً محدداً مسبقاً (T)،اي ان عدد الوحدات الفاشلة و وقت الاختبار يجب ان لا يتجاوزا (r) و (T) على التوالي والتي هي قيم محددة

مسبقاً،ومن الواضح انه يمكن الحصول على مراقبة من النوع الاول والثاني كحالات خاصـة من المراقبة المختلطة عندما $(r=n)$ و $(T\to\infty)$ على التوالي.

تتضمن خطط (RASP)في هذا البحث تلك الخطط التي يكون فيها زمن الاشـتغال لحين الفشل متغيراً عشوائياً يتبع توزيع كاما وتحت خطة فحص المراقبة من النوع المراقبـة الهجينة (Hybrid Censoring)،حيث يتم اولا اختيار مجموعة عشوائية من الوحدات المنتجة وتوضع تحت الفحص والاختبار بدأ بالزمـ ـ ـ ـ ـ ـن صفر ، ثم تقبل مجموعة الوحـدات اذا وفقط اذا كان عدد الوحدات المعيبة الفاشلة هو اصغر من العدد الحرج المحـدد مـسبقا،والتي تحدث قبل انتهاء زمن المراقبة للتجربة والذي يكون معطى ومحدداً مسبقا. ويتمثـل هـدف البحث في تحديد حجم العينة (n) وعدد الوحدات المعيبة المقبولة طبقا لشروط تحقق كلاً من مخاطرتي المنتج والمستهلك.

الجانب النظري:

سوف نستعرض هنا اسلوب بناء معولية خطة معاينة قبول تحـت اسـلوب المراقبـة الهجينة لتوزيع كاما.

وبفرض ان زمن الاشتغال للوحدات لحين حصول الفشل (Y) هو متغير عشوائي يتبع توزيع كاما ،بدالة كثافة احتمالية p.d.f هي

$$f(y;\theta,\gamma)=\frac{y^{\gamma-1}e^{-\frac{y}{\theta}}}{\Gamma\gamma\,\theta^{\gamma}} \qquad y>0\,,\theta,\gamma \qquad \ldots\ldots(1)$$

وتشير (θ) الى معلمة القياس scale parameter و (γ) الى معلمة الشكل(والتي تم افتراضها معلومة) اما (θ) فبالامكان تقديرها بعدة طرائق منها طريقة الامكان الاعظم،العزوم ومقـدر minimax وغيرها.

وبالاستناد لاختبار الفحص من النوع المراقبة الهجينة (Hybrid-censored)،فهنالـك (n_h) من الوحدات توضع عند الفحص بداء بالزمن (0)،وبفرض وقـت المراقبـة (censoring time)محدد مسبقا (T_h) ، فان الوحدة الفاشلة لا تعوض او تستبدل بـاخرى جديـدة وعليـه وبالاعتماد على زمن الفشل لبيانات المراقبة فان المطلوب هو اختبار الفرضية الآتية:

$$\begin{aligned}H_0 &: \theta=\theta_0\\ H_1 &: \theta=\theta_1<\theta_0\end{aligned} \qquad ,(\theta_1<\theta_0) \qquad \ldots\ldots(2)$$

اذ ان θ_1,θ_0 محددة مسبقا

وذلك لان متوسط توزيع كاما يعتمد على المعلمة θ ،

ان اختبار الفرضية اعلاه مكافئ الى اختبار متوسط الزمن لحين حصول العطـل (الفـشل) وللسهولة سوف نجري التحويل التالي: $\lambda = \frac{\theta}{\theta_0}$،فان الفرضية تصبح بالشكل الاتي:

$$H_0 : \lambda = \lambda_0 = 1 \qquad H_1 : \lambda = \lambda_1 < 1 \qquad ,(\frac{\theta_1}{\theta_0} < 1) \qquad \text{.............................(3)}$$

وبتحويل المتغير العشوائي الخاص بزمن الفحص الى التحويل الآتي $x = \frac{y}{\theta_0}$ وكـذلك زمـن المراقبة $t_h = (T_h / \theta_0)$ ، وبذلك يكون هدفنا هو تحديد عدد الوحدات الفاشلة (r_h) وحجم العينـة (n_h) الـضروري لتحقيـق متطلبـات المخـاطرة تحـت افتـراض ان وقـت المراقبة (t_h) معلوم،والمتطلبات هي ان احتمال قبول الفرضية H_0 عنـدما $(\theta = \theta_0 = 1)$ هـو $(1-\alpha)$،علما بان α هي مخاطرة المنتج (هي احتمال رفض منتوج جيد) و β هي مخـاطرة المستهلك (هي احتمال قبول منتوج غير جيد) اي ان:

$$L(1) = pr[accept \quad H_0 \setminus \lambda = \lambda_0 = 1] = 1 - \alpha \qquad \text{....................................(4)}$$

$$L(\lambda_1) = pr[accept \quad H_1 \setminus \lambda = \lambda_1] = \beta \qquad \text{.......................................(5)}$$

علما ان احتمال ان الوحدة التي تم فحصها قبل الوصول الى زمن (T_h) (المحدد مسبقا) تكـون عاطلة هو

$$p_\lambda = \int_0^{T_h} g(y, \gamma, \lambda) dy \qquad \text{....................................(6)}$$

وان احتمال الحصول على (k) من الوحدات العاطلة (الفاشلة)قبل الزمن T_h يحدد من توزيـع ثنائي الحدين لان كل وحده مفحوصة تصنف اما جيدة او معيبة وعليه يكون التوزيع الاحتمالي هو :

$$pr(K = k \setminus \lambda) = C_k^{n_h} p_\lambda^k (1 - p_\lambda)^{n_h - k} \quad ; k = 0,1,...r_h - 1 \qquad \text{.................(7)}$$

$$pr(K = k \setminus \lambda) = 1 - \sum_{k=0}^{r_h - 1} C_k^{n_h} p_\lambda^k (1 - p_\lambda)^{n_h - k} \qquad \text{..................(8)}$$

اذ ان k تمثـل عـدد الوحـدات الفاشـلة قبـل الـزمن T_h،وعندئـذ تكـون الدالـــــــــــــــــــــــــــة المميزة للتشغيل Operating Characteristic Function(OC) هي :

$$L(\lambda) = pr(K < r_h \setminus \lambda) = \sum_{k-0}^{r_h - 1} C_k^{n_h} p_\lambda^k (1 - p_\lambda)^{n_h - k} \qquad \text{.............(9)}$$

وتحت شروط المراقبة الهجينة (Hybrid censoring)،الذي يتضمن (بتر او قطع كل من عدد الوحدات و زمن الفحص)وربما من غير الممكن تحقيق كل من المخاطرتين

(α,β) بالضبط ،لذلك ان اصغر قيمة من قيم (n_h) والمناظرة لقيمة (r_h) هي تلك القيمة التي عندها يتم الحصول على:

$L(1)\geq 1-\alpha$ ....(10)

و

$L(\lambda_1)\leq \beta$ ....(11)

الجانب التجريبي:

تم إجراء دراسة باستخدام المحاكاة لغرض الحصول على حجم العينة الامثل (n_h) وعدد الوحدات الفاشلة (r_h) بالاعتماد على توزيع كاما بحيث يتحقق الشرطان (10) و(11) ، حيث تمت الدراسة بالاعتماد على قيم مختلفة لمعلمات التوزيع وهي موضحة في الجدول الآتي:

الجدول (1) يوضح القيم المختلفة للمعلمات المستخدمة في الدراسة

الحالات				
α	**0.05**	**0.10**		
β	**0.05**	**0.10**		
λ_1	**0.50**	**0.40**	**0.2**	**0.1**
T_h	**0.60**	**0.50**	**0.40**	**0.25**
γ	**1**	**1.5**	**2**	**3**

وبالاعتماد على البرنامج المرفق في الملحق (1) والذي تمت كتابته باستخدام لغة MATLAB-7.10-R2010a الحديثة ، فان الجدول (2) يبين نتائج هذه الدراسة.

الجدول (2) يوضح قيم حجم العينة وعدد الوحدات الفاشلة التي تحقق خطورة المنتج والمستهلك تحت RASP لتوزيع كاما.

$\gamma=1$									
	λ_1	T_h							
		0.6		0.5		0.4		0.25	
		n_h	r_h	n_h	r_h	n_h	r_h	n_h	r_h
$\alpha=0.05$ $\beta=0.05$	0.5	44	26	48	25	56	25	78	24
	0.4	25	16	25	15	30	16	43	15
	0.2	8	5	11	6	15	12	19	7
	0.1	4	4	6	3	10	8	13	11

$\alpha = 0.05$ $\beta = 0.10$	0.5	36	22	37	20	39	22	40	24
	0.4	21	14	23	14	24	15	26	16
	0.2	4	3	5	3	5	4	6	5
	0.1	4	4	4	4	4	4	4	4
$\alpha = 0.10$ $\beta = 0.05$	0.5	36	21	3	3	3	3	3	3
	0.4	16	11	16	12	23	16	28	14
	0.2	7	5	9	5	9	6	11	8
	0.1	3	3	4	3	4	3	4	3
	0.4	15	10	19	12	23	14	28	10
	0.2	6	5	6	5	7	6	8	4
	0.1	3	3	3	3	4	3	4	3
$\gamma = 1.5$									
	λ_1	T_h							
		0.6		0.5		0.4		0.25	
		n_h	r_h	n_h	r_h	n_h	r_h	n_h	r_h
$\alpha = 0.05$ $\beta = 0.05$	0.5	39	15	45	14	60	20	94	13
	0.4	20	9	23	11	34	19	48	8
	0.2	8	5	13	6	19	11	23	15
	0.1	3	3	4	3	4	2	4	2
$\alpha = 0.05$ $\beta = 0.10$	0.5	30	12	36	12	44	11	75	11
	0.4	19	4	23	6	26	9	44	12
	0.2	7	5	8	6	9	6	11	4
	0.1	3	3	3	3	3	2	3	2
$\alpha = 0.10$ $\beta = 0.05$	0.5	30	11	40	10	67	10	76	10
	0.4	21	6	27	8	31	12	48	26
	0.2	9	6	10	5	12	8	15	9
	0.1	2	2	3	2	4	2	4	2
$\alpha = 0.10$ $\beta = 0.10$	0.5	28	8	39	8	55	9	67	15
	0.4	20	4	25	9	28	11	39	15
	0.2	8	5	9	5	10	6	14	7
	0.1	2	2	3	2	4	2	4	2
$\gamma = 2$									
	λ_1	T_h							
		0.6		0.5		0.4		0.25	
		n_h	r_h	n_h	r_h	n_h	r_h	n_h	r_h
$\alpha = 0.05$ $\beta = 0.05$	0.5	40	9	52	9	66	8	143	8
	0.4	21	6	35	9	44	6	68	5
	0.2	15	4	19	5	24	6	31	5
	0.1	2	2	3	2	4	3	5	2

$\alpha = 0.05$ $\beta = 0.10$	0.5	33	8	49	9	54	8	115	7
	0.4	19	5	33	8	41	5	61	5
	0.2	13	3	17	5	21	6	30	5
	0.1	2	2	3	2	4	3	5	2
$\alpha = 0.10$ $\beta = 0.05$	0.5	32	7	42	7	59	7	114	6
	0.4	29	6	39	5	55	5	97	6
	0.2	23	5	28	5	45	4	67	5
	0.1	2	2	3	2	3	1	3	1
$\alpha = 0.10$ $\beta = 0.10$	0.5	42	6	45	7	54	6	123	6
	0.4	27	6	39	5	39	5	89	6
	0.2	19	5	28	5	34	4	60	5
	0.1	2	2	3	2	3	1	3	1
$\gamma = 3$									
	λ_1	T_h							
		0.6		0.5		0.4		0.25	
		n_h	r_h	n_h	r_h	n_h	r_h	n_h	r_h
$\alpha = 0.05$ $\beta = 0.05$	0.5	74	5	95	4	162	4	163	4
	0.4	31	3	46	3	77	3	154	3
	0.2	7	2	8	2	15	1	22	1
	0.1	2	1	2	1	3	1	5	1
$\alpha = 0.05$ $\beta = 0.10$	0.5	54	4	82	4	140	4	153	4
	0.4	27	3	45	3	132	2	151	2
	0.2	6	2	9	2	13	1	17	1
	0.1	1	1	2	1	2	1	4	1
$\alpha = 0.10$ $\beta = 0.05$	0.5	62	4	77	3	131	3	140	3
	0.4	23	2	43	2	56	2	79	2
	0.2	4	1	11	1	17	1	22	1
	0.1	2	1	2	1	3	1	5	1
$\alpha = 0.10$ $\beta = 0.10$	0.5	43	3	65	3	111	3	155	3
	0.4	19	2	45	2	47	2	151	2
	0.2	3	1	4	1	6	1	17	1
	0.1	1	1	2	1	2	1	28	1

الاستنتاجات

من الجدول (2) تبين الأتي:

1- كلما يقل وقت المراقبة يزداد حجم العينة وعدد الوحدات الفاشلة فيها و المطلوبة للحصول عل مخاطرة المنتج والمستهلك المحدد مسبقا, وهذه الحالة صحيحة لجميع الحالات الماخوذة في البحث.

2- كلما تقل قيمة معلمة القياس (λ_1) تقل قيمة حجم العينة وعدد الوحدات الفاشـلة فيهـا والمطلوبة للحصول على مخاطرة المنتج والمستهلك المحددة مـسبقا, وهـذه الحالـة صحيحة لجميع الحالات الماخوذة في البحث.

3- كلما تزداد قيمة مخاطرة المنتج والمستهلك يقل نسبيا حجم العينـة وعـدد الوحـدات الفاشلة فيها والعكس صحيح،وهذا يتفق مع المنطق الاحصائي فكلما ازداد حجم العينة ازدادت دقة التقديرات، وهذه الحالة صحيحة لجميع الحالات الماخوذة في البحث.

4- كلما تزداد قيمة معلمة الشكل (γ) يزداد نسبيا حجم العينة وعدد الوحدات الفاشلة فيهـا، وهذه الحالة صحيحة لجميع الحالات الماخوذة في البحث.

التوصيات

1- يوصي الباحثان باعتماد معولية خطة معاينة القبول في المنتجات التي تخضع ازمنـة فشلها لتوزيع كاما.

2- يوصي الباحثان بتوسيع نطاق البحث ليشمل تثبيت حجم العينة واعادة نفـس معوليـة خطة القبول السابقة لتقدير زمن المراقبة وعدد الوحدات الفاشلة في العينة.

3- يوصي الباحثان ببناء معوليةخطة معاينة قبول لتوزيعات اخرى للفشل كتوزيع ويبـل ،رايلي وغيرهما .

المصادر

1- Aslam,M,2007.Double acceptance sampling based on truncated life tests in Rayleigh distribution.Eur.J.Sci.Res.,vol.17,pp.605-611.

2- Epstein, B., 1954., Truncated life tests in the exponential case. Annals of Mathematical Statistics 25, 555 - 564.

3- Epstein, B. 1960, Estimation from life-test data, Technometrics, Vol. 2,447 - 454.

4- Gupta,S.S. and Groll,P.A.1961,Gamma distribution in acceptance sampling based on life tests,JASA,vol.56,pp.942-970.

5- Jeong,H.S., Yum,B.J.and Kim,M.2003,Reliabiliy Acceptance Sampling plans for gamma-distributed lifetimes under hybrid censoring scheme,international workshop on reliability and its applications,seoul,korea,vol.12,p.265-267

6- Srinivasa,R,G,2011,A hybrid group acceptance sampling plans for lifetimes based on generalized exponential distribution,J.Appl.Science,no.11,vol.(12)pp.2232- 2237.

7- Palovko, A.M,1968. *Fundamental of Reliability Theory* .Academic Press, New- York.

الملحق(1)

```
%%%Reliability Acceptance Sampling Plan Program%%%%
elpha=0.10;
beta=0.10;
zeta=3;
Th=0.25;
mu1=0.20;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
nh=10000;
rh=10000;
mu=1;
pmu=gamcdf(Th,zeta,mu);
pmu1=gamcdf(Th,zeta,mu1);
for i1=1:nh
for i2=1:rh
if i1>=i2
k=0:(i2-1);
L1(i1,i2)=sum((factorial(i1)./(factorial(k).*factorial(i1-
k))).*(pmu.^k).*( (1-pmu).^(i1-k)));
Lmu1(i1,i2)=sum((factorial(i1)./(factorial(k).*factorial(i1-
k))).*(pmu1.^k).*( (1-pmu1).^(i1-k)));
else
    L1(i1,i2)=0;
    Lmu1(i1,i2)=0;
end
end
end
for i1=1:nh
for i2=1:rh
if (L1(i1,i2)>=(1-elpha))&&(Lmu1(i1,i2)<=(beta))
  nnn(i1)=i1;
  rrr(i1)=i2;
end
end
end
n_h=min(nnn(find(nnn>0)))
r_h=min(rrr(find(rrr>0)))
```