حول أسلوب تحليل التغاير المتعدد باستخدام تصميم قطع منشقة

أ. م. د. دجلة إبراهيم مهدي
جامعة بغداد / كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الاحصاء

الملخص

يعتبر تحليل التغاير من الوسائل المهمة في تخليص التجربة من تاثير بعض العوامل المستقلة قبل إجراء التجربة .

تقارن التباينات الناتجة عن الفرق بين المعالجات وتباين حد الخطأ فإذا كانت بقدره أو اصغر منه اعتبرت غير معنوية ولا يوجد فرق بين المسببات لها، إما إذا كانت اكبر منه اعتبرت التباينات معنوية وعندئذ يصار إلى مرحلة جديدة وهي بيان المسبب الأكبر للتباين المعنوي من المعالجات في التجربة وهنالك طرق كثيرة لذلك كطريقة (الفرق المعنوي الأصغر least significant difference) ، و (طريقة Duncan) و (طريقة – Tukey) وكذلك (طريقة student – New men) .

Abstract

Analysis of Covariance consider to be quite important procedure to reduce the effect of some independents factors before going through the experiment.

By this procedure we can compare variances causes from the difference between treatments and error term variance of they are equals or less than consider to be not significant, otherwise if is significant.

We carry on with this comparison until we find the greatest covser for the significant variance flam the treatments.

There are methods can be used like least significant difference method, Duncan method and Turkeys' w-procedure and Student Newman.

Key Word: Analysis of variation; Split plot design; Repeated Measurements.

المبحث الأول

المقدمة

يشهد قطرنا حركة تطور مستمرة في مختلف القطاعات بما في ذلك القطاع الزراعي الذي هو مجال بحثنا. وان الدولة تبذل ما في وسعها لتنمية وتطوير هذا القطاع وان التجارب الزراعية المقامة في هذا المجال لها اهمية كبيرة في تطوير وتنمية هذا القطاع .

ومن هنا تبرز ضرورة الاهتمام بهذه التجارب ووضع الحلول المناسبة لكل المشاكل التي تعتري مسيرتها .

وقد وجد ان تحليل التغاير من الوسائل المهمة في تخليص التجربة من تاثير بعض العوامل المستقلة قبل اجراء التجربة، ويعتبر من انجح الوسائل الممكن استخدامها في مثل هذه الحالة .

وبالرغم من الجهد الذي بذله الباحث لانجاح تجربته والحصول على نتائج دقيقة فان اغلب التجارب التي تقام تصادف عوامل تؤثر على دقة نتائجها، وكما بينا فان جزء من هذا التباين مسبب عن عوامل معروفة بالتجربة كاختلاف الاصناف مثلا واما الجزء الاخر فيعزى الى عوامل خارجية غير معروفة وهذا الجزء يسمى بالخطأ العشوائي او خطأ التجربة وحيث ان هذا الخطأ يلازم التجارب التي تقام وهو عشوائي لذلك اعتبر مقياسا لدقة نتائج التجربة فكلما صغر كانت النتائج دقيقة.

وتقارن التباينات الناتجة عن الفرق بين المعالجات وتباين حد الخطأ العشوائي فان كانت بقدره او اصغر منه اعتبرت غير معنوية ولا يوجد فرق بين المسببات لها، اما اذا كانت اكبر منه اعتبرت التباينات معنوية وعند ئذ يصار الى مرحلة جديدة وهي بيان المسبب الاكبر للتباين المعنوي من المعالجات في التجربة وهناك طرق كثيرة لذلك كطريقة الفرق المعنوي الاصغر (Least Significant Difference) وطريقة دنكان (Duncan) وطريقة توكي (Turkeys') وكذلك طريقة نيمان (Student– Newman) .... الخ .

وعلى ذلك وجب تجزئة التباين الكلي الناجم من التجربة اي تحليله الى مركبات ومنها مركبة الخطا التجريبي، وهذه الطريقة كما هو معروف تسمى بتحليل التباين هذا الاسلوب سهل على الباحث اختبار نتائج تجربته بدون اللجوء الى المقارنات الفردية وقد تطورت طريقة التحليل واصبح هناك فرع خاص سمي بتحليل التباين .

ولاجل ان تكون التباينات خاصة فقط في الظاهرة التي نقوم بتفسيرها او بيان المفاضلة بين مستوياتها لابد من ازالة العوامل الاخرى التي قد تكون مسببة لزيادة او نقصان التاثير على سبيل المثال في تجارب تغذية الحيوان عندما نريد المقارنة بين انواع مختلفة من الاغذية وتاثير هذه الانواع من الاغذية على زيادة وزن الحيوان لابد من ازالة اثر الاختلاف في الوزن عند الولادة لتلك الحيوانات .

وهكذا ظهر اسلوب جديد لتحليل التباين عندما ياخذ بنظر الاعتبار العوامل الاخرى سمي بتحليل التغاير (Analysis of Covariance) فعند اجراء التجربة قد تكون هناك بعض العوامل التي لايمكن للباحث ان يتحكم فيها تماما ولكن قد يتمكن من التخلص من تاثيرها على الظاهرة المقيسة مما يؤدي الى زيادة دقة التجربة كما في مثال تجارب تغذية الحيوان السابق ذكره .

وكذلك في ميدان التعليم قد يريد الباحث مثلا ان يتخلص من فروق السن او اي عامل اخر اذا ما كان يفاضل بين طرق تعليمية مختلفة فاذا ما تخلصنا من تاثير هذه العوامل، اي اجرينا تصحيحا (Adujst) على الظاهرة المقيسة التي يطلق عليها بالمتغير المعتمد (Dependent Variable) فاننا نحصل على مقارنات اكثر دقة ويطلق على العامل او العوامل التي نريد ازالة اثرها بالمتغيرات المستقلة (Independent Variables) كذلك يطلق على الطريقة التي تمكننا من ازالة تاثير الاختلافات من المتغيرات المستقلة بتحليل التغاير (Analysis Of Covariance) وتجمع هذه الطريقة بين مبادىء تحليل التباين والانحدار وعلى ذلك تعرف بانها :

(الطريقة التي تختبر بها تجانس المجموعات اذا كان لدينا متغير او اكثر له علاقة بالمتغيرات الاخرى)[3] .

ويجب ملاحظة ان تحليل التغاير يستخدم في الحالات التي لا تؤثر فيها المعالجات على المتغيرات المستقلة وهذا لايعني اننا لانستخدم تحليل التغاير في الحالات التي تؤثر فيها المعالجات على المتغيرات المستقلة، بل يجب ان نراعي الحذر في تفسير نتائج التجارب التي يثبت فيها ان المعالجات تؤثر على قيم المتغيرات المستقلة، حيث ان في هذه التجارب عند التخلص من اثر العوامل المستقلة نزيل ايضا جزءا من تاثير المعالجات .

هدف البحث

توظيف تحليل التغاير في تصاميم القطع المنشقة.

الفروض الخاصة في تحليل التغاير:-

تجمع الفروض الخاصة بتحليل التغاير تلك الفروض التي نفترضها في تحليل التبـاين بالاضـافة الـى الفروض الخاصة بالانحدار الخطي .

وهناك بعض الفروض التي يجب وضعها حتى يكون تحليل التغاير صحيحا وهذه الفروض هي:-

أ – قيم المتغير المستقل تعتبر fixed values وتقاس بدون خطأ .

ب- ان طبيعة انحدار (y) على (x) بعد ازالة تاثير المعالجات القطاعات انحدار خطي ومستقل عـن تـاثير المعالجات والقطاعات .

ج- معاملات الانحدار متساوية لكل المجاميع اي ان خطوط الانحدار تكون متوازية .

د – ان الاخطاء تكون مستقلة وتتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط مقداره (صفر) وتباين مقداره (σ^2).

الفرض الأول ينص على ان قيم المتغير (x) تعتبر معالم مرتبطة بمتوسطات المجتمعات المختلفـة للمتغيـر (y) وعلى ذلك يجب ان تقاس بدقة وبدون اخطاء .

وكذلك ينص هذا الفرض ان تحليل التغاير يستخدم في الحالات التي لا تتأثر فيها قيم المتغير المـستقل بالمعالجات المختلفة، ويمكن التحقق من ذلك باستخدام اختبار (F) لقيم المتغير المستقل فاذا تاكـد لنـا ان هناك تاثيرا معنويا للمعالجات على المتغير المستقل فيجب ان نراعي الحذر الشديد في تفسير نتائج التجربة حيث ان إزالة تأثير المعالجات على المتغير التابع الذي نقوم بدراسته .

اما الفرض الثاني والثالث ينص على ان تاثير (x) على (y) يزيد او ينقص من قيمة (y) بقيمة ثابتـة هي حاصل ضرب معامل الانحدار في الفرق بين (x) ومتوسطها اي :

$$\beta\left(X_{ij}-\overline{X}_{..}\right)$$

حيث ان :

β: معامل انحدار y على x

X_{ij} : احد قيم المتغير المستقل (x) حيث (i) تمثل المواعيد و(j) تمثل الأصناف

$\overline{X}_{..}$: هو المتوسط العام للمتغير المستقل (x)

اي ان الانحدار ثابت ومتجانس في المجاميع المختلفة .

اما الفرض الرابع فهو الخاص بتحليل التباين والذي عن طريقه يمكن اجراء كل من اختبار t و F .

فوائد تحليل التغاير

بالرغم من الفوائد الكثيرة لتحليل التغاير (Analysis of covariance) والتي ذكرت في كثيـر مـن المصادر والمراجع الا ان اكثر هذه المصادر والمراجع تشير الى ان اهم فوائد تحليل التغاير هي :-

1- يساعد على تفسير البيانات وخصوصا الاهتمام بطبيعة تاثير المعالجات
2- لتجزئة التباين المشترك الكلي او مجاميع حواصل الضرب الى مركباتها
3- للسيطرة على الخطا وزيادة الدقة
4- لتعديل متوسطات المعالجات الخاصة بالمتغير التابع (y) وذلك للاختلاف الحاصل فـي المجـاميع المقابلة لها وخاصة بالمتغير المستقل (X) .
5- لتحليل البيانات عندما تكون هناك قيم مفقودة وتقدير هذه القيم .

وعلى ذلك تتعدد اساليب تحليل التغاير وذلك تبعا لنوع التصميم المستخدم في التجربة ومع ذلك فانـه بالرغم من تعدد هذه الاساليب ايضا في حالة احتواء البيانات على قيم مفقودة، اذا كـان عـدد المتغيـرات المستقلة واحد يكون تحليل التغاير بسيط وفي حالة احتواء البيانات على عدد من المتغيرات المستقلة يكون تحليل التغاير متعددا .

تصميم القطع المنشقة: Split – Plot Design

ان الأساس العام لهذا التصميم هو عدم التركيز على دقة القطع الكاملة (Whole plots) التي ستطبق عليها مستوى واحد او اكثر من العوامل وتجزا الى اقسام ثانوية (مع التركيز على دقتها) لتطبق بداخلها مستويات عامل اخر. وتوزع المعالجات في الوحدات الكاملة اولا وفق اي من التصميمات الاساسية اي (LSD, RCBD, CRD) ثم توزع المعالجات التي ستطبق في الوحدات الثانوية عشوائيا داخل كل وحدة كاملة.

إذ إن

Complete Random Design :CRD

Randomized Complete Block Design :RCBD

Least Square Design :LSD

يتضح من هذا التصميم ان هناك نوعين من الوحدات التجريبية مما ينتج عنه نوعان من الاخطاء التجريبية، خطأ تجريبي للوحدات الكاملة، وخطأ تجريبي للوحدات الثانوية ويكون الثاني غالبا اصغر من الاول .

ان تصاميم القطع المنشقة تسمى تصاميم القطاعات غير الكاملة لان كل قطعة كاملة تصبح قطاعا (قطاع غير كامل) لمعاملات القطع الثانوية .

المبحث الثاني/ الجانب النظري

تمهيد

تتعدد اساليب تحليل التغاير طبقا لنوع التصميم المستخدم ومع ذلك فانه بالرغم من تعدد هذه الاساليب الا ان الخطوات الرئيسية المتبعة في تحليل التغاير Analysis of Covariance سواء كان تحليل التغاير بسيطا او متعددا هي واحدة وسوف نبين كيفية الحصول على المؤشرات التالية :-

1- المتوسطات المعدلة

2- تقدير الخطأ المعياري للمتوسطات المعدلة وكذلك للفرق بين متوسطين معدلين وايضا ايجاد الخطأ المعياري لدالة من المتوسطات المعدلة .

3- الحصول على اختبار F سواء كانت البيانات كامة او تحتوي على قيمة او عدة قيم مفقودة .

تحليل التغاير المتعدد M. A. C (Multiple Analysis of Covariance)

في حالة احتواء البيانات على متغير تابع واحد (y) وعدد من المتغيرات المستقلة $(X_1, X_2, ...X_r)$ لذلك فان عدد معاملات الانحدار سوف يزداد بزيادة عدد المتغيرات المستقلة وعليه فان هناك قسم من الطرق المتبعة للحصول على عدد من المجاهيل في ان واحد منها :

أ – بالامكان الحصول على عدد من المجاهيل وذلك بحل عدد من المعادلات آنيا مساوي الى عدد المجاهيل التي نرغب الحصول عليها .

ب- بإستخدام المصفوفات

لو كانت لدينا q من المعادلات فانه من الممكن وضعها بصيغة المصفوفات وذلك على الشكل التالي.

فمثلا لو كان لدينا q من المجاهيل $(a_1, a_2, ... a_q)$ وكانت المعادلات بالصيغة التالية :

$$\begin{array}{l} a_1 x_{11} + a_2 x_{12} + ... + a_q x_{1q} = Y_1 \\ a_1 x_{21} + a_2 x_{22} + ... + a_q x_{2q} = Y_2 \\ \quad . \qquad . \qquad ... \qquad . \qquad . \\ \quad . \qquad . \qquad ... \qquad . \qquad . \\ \quad . \qquad . \qquad ... \qquad . \qquad . \\ a_1 x_{q1} + a_2 x_{q2} + ... + a_q x_{qq} = Y_q \end{array}$$

فانه من الممكن وضعها بصيغة المصفوفات وذلك على الشكل التالي :

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & . & . & x_{1q} \\ x_{21} & x_{22} & . & . & x_{2q} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ x_{q1} & x_{q2} & . & . & x_{qq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ . \\ . \\ a_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ y_q \end{pmatrix}$$

$$q \times q \qquad q \times 1 \qquad 1 \times q$$

اي ان $XA = Y$

حيث ان X : مصفوفة بدرجة $q \times q$

A: متجهة عمودي للمجاهيل $(a_1, a_2, \ldots a_q)$ وبدرجة $q \times 1$

Y: متجه عمودي وبدرجة $q \times 1$

وللحصول على $(a_1, a_2, \ldots a_q)$ نقوم بايجاد معكوس المصفوفة X حيث ان :

$$A = X^{-1} Y$$

على شرط ان يكون (X^{-1}) موجود

ج – ممكن ايجاد المجاهيل وذلك بكتابة برنامج خاص لحل المعادلات .

ان إجراء التحليل سوف يزداد صعوبة كلما زاد عدد المتغيرات المستقله حيث ان معاملات الانحـدار التي سوف نحصل عليها تكون مساوية الى عدد المتغيرات المستقلة الداخلة في التجربة ويتم الحصول على معاملات الانحدار وذلك باحد الطرق المستخدمة للحصول على عدد من المجاهيل المذكورة سابقا .

وفي التجربة لدينا X_1, X_2 متغيرات مستقلة ومتغير تابع y ومعاملات انحدار (B_1, B_2) لذلك فان النموذج الخطي الخاص بتصميم القطع المنشقة بـ 3 مكررات التي بموجبه تم اجراء التجربة سوف يحتوي على هذه المعالم والنموذج الخطي للتباين المشترك يكون :

$$Y_{ijl} = \mu + \mu_i + \beta_j + E_{ij} + T_l + (\mu T)_{ij}\ \beta_1\left(X_{1ijl} - \overline{X}_{1..}\right) + \beta_2\left(X_{2ijl} - \overline{X}_{2..}\right) + S_{ijl}$$

$i = 1, 2, \ldots\ldots m$
$j = 1, 2, \ldots\ldots r$
$l = 1, 2, \ldots\ldots k$
$E_{ij} \sim N(o, \sigma_m)$
$S_{ijl} \sim N(o, \sigma_i)$

حيث ان m تشير الى القطع الرئيسية و r تشير الى عدد القطاعات و k عدد القطع الفرعية و x_{1ij}, x_{2ijl} : القيم البدائية للمتغيرات X_1 و X_2 على التوالي.

Y_{ijl} : قيم المشاهدة j للمكرر l والمعاملة بالمعالجة i وهي القيمة النهائية .

μ : المعدل العام .

T_i : تاثير المعالجة i

B_1, B_2 : معاملات انحدار المتغير التابع y على المتغيرات المستقلة $x_1, x2$ ولاجراء تحليل التغاير المتعدد (A. M . C) في حالة وجود (X_1, X_2) متغيرين مستقلين فان الخطوة الرئيسية في جميع التصاميم هو ان نجـد مجـاميع المربعات العائدة لكل من X_1, X_2 و Y وكذلك حواصل الضرب ولكل التوافيق، ولكل مصدر مـن مـصادر التبـاين نكون جدولا يضم مركبة الخطأ والمعالجات فقط وكما في حالة تحليل التغاير البسيط وكما نوضح في جدول رقم (1).

جدول رقم (1)

يبين مجاميع المربعات وحواصل الضرب لكل من مركبة الخطأ والمعالجات في حالة وجود (2) متغيرين مستقلين ومتغير تابع واحد y

S.V	d.f	Σx^2_1	Σx_1x_2	ΣY^2	$\Sigma Y^2-\hat\beta_1\Sigma x_1y-\hat\beta_2\Sigma x_2Y$	d.f
Treatment	t-1	$T_{X_1X_1}$	T_{X_1X2}	T_{yy}		
Error	fe	$E_{X_1X_1}$	E_{X_1X2}	E_{yy}	S_E	Fe-2
T+E	t+fe-1	$T_{X_1X_1}$ + $E_{X_1X_1}$	T_{X_1X2} E_{X_1X2} +	T_{yy}+ E_{yy}	S_{T+E}	t-fe-3

Treatment (by subtraction) $S_{T+E} - S_E$ **t-1** S^2_t

من الجدول رقم (1) يمكن أن:

1- نحصل على كل من β_{1E} , β_{2E} باستخدام الطرق المذكورة انفا وذلك وبالاعتماد على المعادلات :-

$$Ex_1x_1\hat{\beta}_{1E} + Ex_1x_2\hat{\beta}_{2E} = Ex_1y$$
$$Ex_2x_1\hat{\beta}_{1E} + Ex_2x_2\hat{\beta}_{2E} = Ex_2y$$

ونحصل على $\hat{\beta}_{1T+E}$ و $\hat{\beta}_{2T+E}$ من المعادلات :

$$(Tx_1x_1 + Ex_1x_1)\hat{\beta}_{1E+T} + (Tx_1x_2 + Ex_1x_2)\hat{\beta}_{2E+T} = Tx_1y + Ex_1y$$
$$(Tx_1x_2 + Ex_1x_2)\hat{\beta}_{1E+T} + (Tx_2x_2 + Ex_2x_2)\hat{\beta}_{2E+T} = Tx_2y + Ex_2y$$

2- ونحصل على اختبارات t لمتوسطات المعالجات المعدلة ولـذلك يجـب ان نجـد معكـوس المـصفوفة (Ex_1x_2) ولنفرض انه (Cx_1x_2) حيث ان المصفوفة (Ex_1x_2) تشمل على مجاميع مربعات الخطأ العائد الى كل من (x_1) , (x_2) وكذلك مجموع حاصل ضرب الخطأ العائد الى كل من (x_1), (x_2) وكذلك مجموع حاصل ضرب الخطأ العائد الى المتغيرات x_2x_1 وان (Cx_1x_2) هي معكوس المصفوفة (Ex_1x_2) .

ان تقدير متوسط المعالجة (i) المعدل هو :

$$Y_i = Y_{i.} - \hat{\beta}_{1E}(x_{1i.} - \bar{x}_{1..}) - \hat{\beta}_{2E}$$

اما تباين الفرق بين متوسطين معدلين (Yi.′) و (Yj′.) فهو:

$$S_e^2\left[\frac{2}{r} + (x_{1i.} - x_{1j.})^2 cx_1x_1 + 2(x_{1i.} - x_{1j.})(x_{2i.} - x_{2j.})cx_1x_1\right]$$

وذلك في حالة تساوي التكرارات لكل المتوسطات اما معدل التباين لكل زوج من المعالجات فهو :

$$\bar{S}_{diff}^2 = \frac{2}{r} S_e^2 \left(1 + tx_1x_1cx_1x_1 + 2tx_1x_2cx_1x_2 + tx_1x_2cx_1x_2\right)$$

حيث ان $t_{X_1X_1}\ t_{X_2X_2}\ t_{X_1X_2}$ متوسط مربعات المعالجات للمتغيرات X_1 و X_2 وكذلك متوسط حاصل ضـرب المعالجات للمتغيرات $X_1\ X_2$ على التوالي وممكن استخدام الجذر التربيعي الى $S^{-2}{}_{diff}$ في حالة اختبـار (t) وذلك عندما لاتؤثر المعالجات على كل من $X_1\ X_2$.

3- نحصل على اختبار (F) من خلال احتساب:

$$F = \frac{S_t^2}{S_e^2}$$

حيث ان $S_e^2\ ,\ S_t^2$ نحصل عليها من الجدول رقم (1) .

وبدرجتي حرية (Fe -2) و (t-1) على التوالي ولكي نحصل على هذه النسبة لابد لنـا مـن ايجـاد S_{T+E} المصححة (المعدلة) وذلك كما يلي :

$$S_{T+E} = \sum y^2 - \hat{\beta}_{1T+E} - \sum x_1 y + \hat{\beta}_{2T+E} \sum x_2 y$$

وكذلك نجد S_E من العلاقة :

$$S_E = \sum y^2 - \hat{\beta}_{1E} - \sum x_1 y + \hat{\beta}_{2E} \sum x_2 y$$

وان

$$S.S\,treatment(adj) = S_{T+E} - S_E$$

بصورة عامة لو كان لدينا (q) من المتغيرات فانه يجب ان نجـد المجاهيـل $\beta_{1E}, \beta_{2E}, ...\beta_{qE}$ وذلك عن طريق استخدام المعادلات :

$$Ex_1x_2\hat{\beta}_{1E} + Ex_1x_2\hat{\beta}_{2E} + ... + Ex_1x_q\hat{\beta}_{qE} = Ex_1y$$

$$Ex_1x_q\hat{\beta}_{1E} + Ex_1x_2\hat{\beta}_{2E} + ... + Ex_qx_q\hat{\beta}_{qE} = Ex_qy$$

بعد ذلك نقوم بايجاد S_E عن طريق المعادلة :

$$S_E = \sum y^2 - \sum_{m=1}^{q} \hat{\beta}_{mE}(XmY)$$

وكذلك نحصل على $\beta_{1T+E}, \beta_{2T+E}, ...\beta_{qT+E}$ من المعادلات:

$$(Tx_1x_1 + Ex_1x_1)\hat{\beta}_{1T+E} + ... + (Tx_1x_q + Ex_1x_q)\hat{\beta}_{qT+E} = Tx_1y + Ex_1y$$

$$(Tx_1x_q + Ex_1x_1)\hat{\beta}_{1T+E} + ... + (Tx_qx_q + Ex_qx_q)\hat{\beta}_{qT+E} = Tx_1y + Ex_qy$$

ونحسب (S_{T+E}) من العلاقة :

$$S_{T+E} = \sum y^2 - \sum_{m=1}^{q} \hat{\beta}_{mT+E}(XmY)$$

بعد ذلك نجد:

$$S.S\,treatment(adj) = S_{T+E} - S_E$$

ثم نجد النسبة (F) بدرجتي حرية [(t−1),(fe−q)] وذلك للحصول على اختبار تاثير المعالجات.

المبحث الثالث/ الجانب التطبيقي

التطبيق

أقيمت تجربة (2002)[1] لأربعة أصناف من القطن (ashor آشـور، lasha لاشـا، cokar كـوكر، marsm مرسومي) والتي زرعت في مواعيد مختلفة إذ الموعد الأول كان في (3/15) والموعد الثاني كان في (4/1) والموعد الثالث في (4/15) لبيان تأثير المعالجات (مواعيد الزراعة) وقد تم الأخذ بـالنظر عـدد الأفرع الثمرية (X_1) وعدد الأفرع الخضرية (X_2) لكل صنف مع العلم إن التجربة مقاسه بالأيام وكانـت النتائج كما موضح في الجدول رقم (2):

كما هو معلوم أن من شروط تحليل التغاير هو أن تتوزع البيانات توزيعا طبيعيا وذلك من خلال إجراء اختبار حسن المطابقة للمشاهدات، وكذلك إذا كانت هنالك علاقة خطية بين Y والمتغيرات المستقلة. ولأجل جعل البحث يتركز على تحقيق الهدف وهو توظيف تحليل التغاير في القطع المنشقة اكتفى الباحث بإضـافة جدول تحليل التباين وهو يحقق الشروط أعلاه.

جدول رقم (2)

الموعد	الصنف	المكرر (1)			المكرر (2)			المكرر (3)			المجموع		
		X1	X2	Y	X1	X2	Y	X1	X2	Y	X1	X2	Y
الاول	1	18	13	2025	19	16	1987	19	15	1988	56	44	6000
	2	20	15	2077	22	16	2040	20	13	2016	62	44	6133
	3	18	14	1102	19	17	1840	18	15	1930	55	46	5672
	4	19	13	1765	18	16	1701	20	16	1705	57	45	5171
المجموع		75	55	7769	78	65	7568	77	59	7639	230	179	22976
الثاني	1	18	15	1839	20	16	1807	19	16	1802	57	47	5448
	2	17	12	1839	18	13	1807	19	15	1864	54	40	5510
	3	20	17	1393	21	16	1375	20	14	1425	61	47	4193
	4	22	15	1674	21	15	1690	21	16	1662	64	46	5026
المجموع		77	59	6945	80	60	6679	79	61	6753	236	180	20177
الثالث	1	19	12	1582	19	13	1592	20	17	1552	58	42	4726
	2	18	15	1404	20	16	1436	21	15	1383	59	46	4223
	3	20	16	1865	20	19	1833	19	14	1895	59	49	5593
	4	20	13	1340	22	16	1387	24	17	1338	66	46	4065
المجموع		77	56	6191	81	64	6248	84	63	6168	242	183	18607

[1] - تم اخذ البيانات من مركز اباء للابحاث الزراعية

1- بالنسبة لـ Y :

معامل التصحيح

$$n = 36 \quad , \quad \sum X^2 = 10781382 \quad , \quad \sum Y = 61760$$

$$C = \frac{(61760)^2}{36} = 105952711.1$$

مجموع المربعات الكلي :

= 107813482 – C = 1860770.9

أ – حساب القطع الرئيسية

مجموع مربعات القطع الرئيسية :

$$= \frac{(7769)^2 + \ldots + (6168)^2}{4} - C = 823186.4$$

مجموع مربعات القطاعات (كل مكرر قطاع) :

$$= \frac{(20705)^2 + (20495)^2 + (20560)^2}{4\,(3)} - C = 1926.4$$

حيث ان مجاميع القطاعات :

X1:	240	239	229
X2:	183	189	170
Y :	20560	20495	20705

مجموع مربعات المواعيد :

$$= \frac{(22976)^2 + (20177)^2 + (18607)^2}{12} - C = 816318.4$$

مجموع مربعات خطأ القطع الرئيسية :

= 823186.4 – (816318.4 + 1926.4) = 4941.6

ب – حساب القطع الفرعية

مجموع الاصناف :

X1: 171 , 175 , 175 , 187
X2: 133 , 130 , 142 , 137
Y : 16174 , 15866 , 15458 , 14262

مجموع مربعات الاصناف :

$$= \frac{(16174)^2 + \ldots + (14262)^2}{(3)(3)} - C = 234248.9$$

مجموع مربعات التفاعل (المواعيد × الاصناف) :

$$= \frac{(6000)^2 + (6133)^2 + ...(4065)^2}{3} - C - (234248.9 + 816318.4) = 790695.6$$

مجموع مربعات الخطأ للقطع الفرعية :

$$= 1860770.9 - [\ 823186.4 + 234248.9 + 790695.6\ ] = 12640$$

2- بالنسبة الى Y, X

$$\Sigma x_{i1} = 708$$

$$C = \frac{61760(708)}{36} = 1214613.333$$

مجموع المربعات الكلي

$$= 2025\ (18) + 1987\ (19) + 1988\ (19) + ... + 1338\ (24) - C = -4797.333$$

أ – تحليل القطع الرئيسية

مجموع مربعات القطع الرئيسية

$$= \frac{7769\ (75) + 7568\ (78) + ... + (6168)(84)}{4} - C = -\ 2298.083$$

مجموع مربعات بين القطاعات

$$= \frac{(20705)(229) + (20495)(239) + 20560\ (240)}{4\ (3)} - C = -100.833$$

مجموع مربعات بين المواعيد

$$\frac{22976\ (230) + (20177)\ 236 + (18607\ (242))}{12} - C = -\ 2184.49967$$

اذن مجموع مربعات الخطأ للقطع الرئيسية :

$$-\ 2298.083 - (-100.833 - 2184.49967)^2 = -\ 12.75033$$

ب – تحليل القطع الفرعية

مجموع مربعات بين الاصناف :

$$= \frac{(\ 16174)(171) + (15866)(175) + 15458(175) + 14262(187)}{(3)(3)} - C$$

$$= -\ 1896.88856$$

مجموع مربعات التفاعل :

$$= \frac{6000(56) + 6133(62) + 5672(55) + \ldots + 4065(66)}{3} - C -$$

(-2184.49967 – 1896.88856) = - 529.2781

مجموع مربعات خطأ القطع الفرعية :

= - 4797.333 – (- 2298.083 – 1896.88856 – 529.2781) = - 73.08334

3- بالنسبة الى X_2 Y

ΣX2i = 542

$$C = \frac{61760(542)}{36} = 929831.11$$

مجموع مربعات حاصل الضرب الكلي :

= 2025(13) + 1987(16) + ….1338(17) – C = - 1661.11

أ – تحليل القطع الرئيسية

بين القطع الرئيسية :

$$= \frac{7769(55) + 7568(65) + \ldots + (6168)(63)}{4} - C = -907.11$$

مجموع مربعات بين القطاعات :-

$$= \frac{(20705)(170) + 20495(189) + 20560(183)}{4(3)} - C = -174.026667$$

مجموع مربعات بين المواعيد :

$$= \frac{22976(179) + 20177(180) + 18607(183)}{12} - C = -694.026667$$

إذن مجموع مربعات خطأ القطع الرئيسية :

= - 907.11 – (- 174.06667 – 694.026667) = - 39.056666

ب- تحليل القطع الفرعية

مجموع مربعات بين الاصناف :

$$= \frac{16174(133) + 15866(130) + 15458(142) + 14262(137)}{3\,(3)} - C = -647.554444$$

مجموع مربعات التفاعل :

$$= \frac{600(44) + 6133(44) + 5672(46) + \ldots 4065(46)}{3} - C$$

$$- (- 694.026667 - 647.554444) = 170.137778$$

خطأ القطع الفرعية :

$$= - 1661.11 - (- 907.11 - 647.554444 + 170.137778) = - 276.583334$$

4- بالنسبة الى X_1X_2 :

$$C = \frac{708(542)}{36} = 10659.333$$

مجموع مربعات حاصل الضرب الكلي :-

$$= 18(13) + 19(16) + \ldots + 24(17) - C = 35.667$$

أ – تحليل القطع الرئيسية

بين القطع الرئيسية :

$$\frac{55(75) + (59)(77) + \ldots + 63 (84)}{4} - C = 12.667$$

مجموع مربعات بين القطاعات :

$$= \frac{229(170) + 239(189) + 240(183)}{4(3)} - C = 9.0836667$$

مجموع مربعات بين المواعيد :

$$= \frac{179(230) + 180(236) + 183(242)}{12} - C = 2.000333$$

خطأ القطع الرئيسية :

$$= 12.667 - (9.0836667 + 2.0003333) = 1.583$$

ب- تحليل القطع الفرعية

مجموع مربعات بين الاصناف :

$$= \frac{171(133) + 175(130) + 175(142) + 187(137)}{3(3)} - C = 3.11144$$

مجموع مربعات التفاعل :

$$= \frac{56(44) + 62(44) + \ldots + 66(46)}{3} - C - (2.000333) + 3.11144 = 6.88856$$

مجموع مربعات خطأ القطع الفرعية :

$$= 35.667 - (12.667 + 3.11144 + 6.88856) = 13$$

5 – بالنسبة لـ X_1 :

$\Sigma X_{li} = 708, \ \Sigma X^2_{li} = 13998$

$$C = \frac{(708)^2}{36} = 13924$$

مجموع المربعات الكلي :

$= 13998 - C = 74$

أ – حساب القطع الرئيسية :

$$= \frac{(75)^2 + (77)^2 + \ldots + (84)^2}{4} - C = 14.5$$

مجموع مربعات القطاعات :

$$= \frac{(240)^2 + (239)^2 + (229)^2}{4(3)} - C = 6.1666667$$

مجموع مربعات المواعيد :

$$= \frac{(230)^2 + (236)^2 + (242)^2}{12} - C = 6$$

مجموع مربعات الخطأ القطع الرئيسية :

$= 14.5 - (6 + 6.1666667) = 2.3333333$

ب – حساب القطع الفرعية / مجموع مربعات الاصناف

$$= \frac{(171)^2 + (175)^2 + (175)^2 + (187)^2}{(3)(3)} - C = 16$$

مجموع مربعات التفاعل (المواعيد × الاصناف) :

$$= \frac{(56)^2 + (62)^2 + \ldots + (66)^2}{3} - C\,(16 + 6) = 26.6666667$$

مجموع مربعات خطأ القطع الفرعية :

$= 74 - [\, 14.5 + 16 + 26.6666667] = 16.83333333$

6- بالنسبة لـ X_2 :

$\Sigma X_2 = 542 \ , \ \Sigma X^2{}_2 = 8248$

$$C = \frac{(542)^2}{36} = 8160.111111$$

مجموع مربعات القطع الرئيسية

$= 8248 - C = 87.888889$

أ – حساب القطع الرئيسية:-

$= \frac{(55)^2 + (59)_2 + \ldots + (63)^2}{4} - C = 23.388889$

مجموع مربعات القطاعات :

$= \frac{(183)^2 + (189)^2 + (170)^2}{4(3)} - C = 15.7222233$

مجموع مربعات المواعيد :

$= \frac{(179)^2 + (180)^2 + (183)^2}{12} - C = 0.72222233$

خطأ القطع الرئيسية :

$= 23.388889 - (0.7222233 + 15.7222233) = 6.944444337$

ب – حساب القطع الفرعية :

مجموع مربعات الاصناف :

$= \frac{(133)^2 + (130)^2 + (142)^2 + (137)^2}{3(3)} - C = 9$

مجموع مربعات التفاعل (المواعيد × الاصناف)

$= \frac{(44)^2 + (44)^2 + \ldots + (46)^2}{3} - C - (9 + 0.72222233 = 42.50000001$

خطأ القطع الفرعية :

$= 87.888889 - [23.388889 + 9 + 42.5000001] = 12.99999999$

عن طريق القطع الرئيسية يمكننا ايجاد كل من $\hat{B}_{1w}, \hat{B}_{2w}$ وذلك عن طريق المعادلتين :

$2.3333333\ \hat{B}_{1w} + 1.583\ \hat{B}_{2w} = -12.75033$

$1.583\ \hat{B}_{1w} + 6.94444337\ \hat{B}_{2w} = -39.056666$

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_{1w} \\ \hat{\beta}_{2w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.3333333 & 1.583 \\ 1.583 & 6.944444337 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -12.75033 \\ -39.056666 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1.950475179 \\ -5.179545979 \end{pmatrix}$$

عن طريق القطع الفرعية يمكننا ايجاد كل من $\hat{B}_{1E}, \hat{B}_{2E}$ ذلك عن طريق المعادلتين :

$16.83333333\ \hat{B}_{1E} + 13\ \hat{B}_{1E} = -73.08334$

$13\ \hat{B}_{1E} + 12.99999999\ \hat{B}_{2E} = -276.583334$

$$\begin{pmatrix}\hat{\beta}_{1E}\\ \hat{\beta}_{2E}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}16.83333 & 13\\ 13 & 12.99999\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}-73.08334\\ -276.583334\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}53.08695674\\ -74.36259861\end{pmatrix}$$

ولاختبار تاثير المواعيد (1) لابد لنا من ايجاد كل من $B\hat{}_{1T+w}$ $B\hat{}_{2T+w}$ من المعادلتين :

8.333333 $B\hat{}_{1t+w}$ +3.58333333 $B\hat{}_{2t+w}$ = - 2197.25

3.5833333 $B\hat{}_{1t+w}$ + 7.6666657 $B\hat{}_{2t+w}$ =-733.083333

$$\begin{pmatrix}\hat{\beta}_{1T+w}\\ \hat{\beta}_{2T+w}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8.333333 & 3.5833333\\ 3.5833333 & 7.6666657\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}-2197.25\\ -733.083333\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-278.5325798\\ 34.564144447\end{pmatrix}$$

مجموع مربعات (الخطأ أ) بعد التصحيح :

$$Sw(adj)=\sum Y^2-\hat{\beta}_{1w}\sum x_1y_1-\hat{\beta}_{2w}\sum x_2y$$

= 4941.6 – (-1.950475179) (-12.75033) – (-5.179545971) (-39.056666)

= 4714.434997

مجموع مربعات (خطأ أ + المواعيد أ) بعد التصحيح :

$$S_{T+w}(adj)=\sum Y^2-\hat{\beta}_{1T+w}\sum x_1y_1-\hat{\beta}_{2T+w}\sum x_2y$$

= 821260 – (-278.5325798) (-2197.25) – (34.56414447) (-733.083333)

= 234592.6873

S_T(adj) = 234592.6873 – 4714.434997 = 229878.2523

جدول تحليل التغاير:

S . V	d.f	S . S	M . S	F
المواعيد أ	2	229878.2523	114939.1261	* * 97.52101889
الخطأ (أ)	4	4714.434997	1178.608744	
خطأ أ + المواعيد	6	234592.6873		

(2.4) F الجدولية = 6.49 لمستوى 5%
= 18 لمستوى 1%
الفروق معنوية بين مواعيد زرع اصناف القطن الاربع.
وبتطبيق التجربة بالاعتماد على تحليل التباين تكون النتائج كما يلي:

جدول تحليل التباين

S . V	d.f	S . S	M . S	F	Sig
الموعد	2	533296.167	266648.083	5852	0.007
الصنف	3	284382.222	94794.074	080 ..2	0.124
الخطأ	30	1367003.611	45566.787		
الكلي	35	2184682			

نلاحظ من قيمة P-Value سوف نرفض (فرضية العدم القائلة:لا توجد فروقات بين المواعيد) أي إننا نقبل (الفرضية البديلة القائلة: توجد فروقات بين المواعيد).

جدول رقم (3)

S.V	d.f	Σx^2_1	Σx^2_2	ΣY^2	$\Sigma x_1 Y$	$\Sigma x_2 Y$	$\Sigma x_1 x_2$
القطع الرئيسية القطاعات المواعيد (أ) خطأ (أ)	 2 2 4	 6.1666667 6 2.3333333	 15.72222233 0.72222233 6094444337	 1926.4 816318.4 4941.6	 -100.833 -2184.49967 -12.75033	 -174.026667 -694.026667 -39.056666	 0.0836667 2.0003333 1.583
مجموع القطع الرئيسية خطأ(أ) +المواعيد	8 6	14.5 8.333333	23.38889 7.6666657	823186.4 821260	-2298.083 -2197.25	-907.11 -733.083333	12.667 3.583333331
القطع الفرعية							
الاصناف (ب) التفاعل خطأ (ب)	3 6 18	16 26.666667 16.8333333	9 42.000001 12.999999	23428.9 740695.6 12649	-1896.88856 -529.2781 -73.08334	-647.554444 170.137778 -276.583334	3.11144 6.88856 13
المجموع الكلي	35	74	87.888889	1860770.9	-73.08334	-1661.11	35.667

جدول تحليل مجاميع المربعات وحواصل الضرب

الاستنتاجات

1- استخدام تحليل التغاير المتعدد اذا توفرت بيانات عن متغيرات مستقلة اخرى يسند ويدعم التصميم .
2- استخدام تحليل التغاير هو احد الاساليب التي يمكن بها الحصول على نتائج دقيقة للتجربة .
3- من خلال تحليلي التغاير والتباين تبين أن الفروق معنوية بين مواعيد أصناف القطن الأربعة.

وهناك دراسات أخرى يمكن القيام بها كاستخدام تحليل التغاير المتعدد اذا كانت هناك قيم مفقودة .

المصادر العربية

1- المشهداني، د. محمود حسن، كمال علوان خلف، 1989، "تصميم وتحليل التجارب" مطبعة التعليم العالي، دار الحكمة للنشر.
2- محاضرات تصميم وتحليل التجارب لطلبة ماجستير الاحصاء، 2001 بغداد، ملقاة من قبل الاستاذ كمال علوان المشهداني (غير منشورة) .
3- سرحان، احمد عبادة، ثابت محمود: "تصميم وتحليل التجارب"، دار الكتب الجامعية (1969) .
4- الامام، د. محمد محمد الطاهر، "تصميم وتحليل التجارب"، 1994 .

المصادر الاجنبية

5- DELURY, D.B."The Analysis of Covariance", Biometrics , 4: 153 – 170 , (1948) .