

إستخدام أسلوب بيز في حساب مؤشر مقدرة العمليات الإنتاجية مع التطبيق

الدكتورة ربا سالم الرسام

بان غانم العاني

مدرس - قسم الإحصاء والمعلوماتية

مدرس - قسم الإحصاء والمعلوماتية

كلية علوم الحاسبات والرياضيات - جامعة الموصل

المستخلص

تم في هذه الدراسة احتساب أحد مؤشرات مقدرة العمليات CPM القائم على حدي المواصفات وتحديد قيمة الهدف باستخدام أسلوب بيز في تقدير مكوناته، وذلك باستخدام التوزيع السابق ذي المعلومات القياسية ومقارنته مع الأسلوب التقليدي بالاعتماد على معلومات العينة فقط. وتم تطبيقها لدراسة الخصائص النوعية للدالة الحامضية (PH) في المياه الجوفية لمنطقة سنجار وتلعفر في مدينة الموصل ومقارنتها مع المواصفات القياسية الطبيعية لهذه الدالة.

The Use The Bayesian Approach To Calculate The Indicator Of The Process Capability With The Application

Raya S. Al-Rassam (PhD)

Lecturer

Department of Statistics and Informatics
University of Mosul

Ban Gh. Al- A'ni

Lecturer

Department of Statistics and Informatics
University of Mosul

Abstract

In this paper, one indicators of process capability C_{pm} has been calculated on the basis of limits of specifications. The determination of the target was also done to estimate the components that depend on the prior distribution of the standard information. A comparison with the classic approach depending on the sample information only was given. The study was applied to the characteristics of (PH) in groundwater quality in Sinjar and TalA'far districts in Mosul and compared them with the standard specifications of (PH).

المقدمة

إن معظم الشركات والمؤسسات الإنتاجية والخدمية تعتمد أساساً على التطبيق السليم لمفهوم السيطرة النوعية في جميع المراحل الإنتاجية والخدمية وأصبح من المهم أن تكون

تأريخ قبول النشر ٢٠٠٩/٤/٢١

تأريخ استلام البحث ٢٠٠٩/١/٢٠

هذه المؤسسات والشركات ملزمة بطرائق وأساليب السيطرة النوعية، وذلك من أجل تقديم الخدمات والمنتجات الصناعية بجودة عالية وبأقل التكاليف والعمل على تحسينها بشكل مستمر. ولا يمكن تحقيق ذلك إلا بالاعتماد على أسلوب السيطرة النوعية الإحصائية Statistical Quality Control وهي إحدى تطبيقات الإحصاء في الحياة العملية لاسيما في مجال الصناعة وتعرف على أنها العملية التنظيمية للفعاليات التي تقوم بقياس الأداء الفعلي للنوعية ومطابقته مع المواصفات القياسية، ومن ثم اتخاذ الإجراءات التصحيحية اللازمة لهذه الفعاليات أينما وجدت، وبهذا يمكن القول أن السيطرة النوعية على الإنتاج لا يمكن عدها عملية تهدف إلى تحقيق صيغة التطابق بين المنتج والمواصفات القياسية لتأشير الانحراف عنها أو تجاوز المدى المسموح به فقط بل هي عملية أوسع من ذلك عندما تكون رقابة وقائية أو تحذيرية تنبه إلى الخلل قبل وقوعه، وذلك من خلال تحليل مقدرة العمليات Process Capability Analysis لمعرفة مدى قابلية العملية على تحقيق النوعية والمواصفات القياسية في خصائص المنتج أو الخدمة.

ولتقييم مقدرة العملية على الإنتاج ضمن المواصفات، تم وضع معايير لتقييم العملية سميت مؤشرات مقدرة العملية، ففي منتصف السبعينات قدم جوران (Juran) (داؤد، ٢٠٠٦، ١) وآخرون أول بحث عن مؤشرات المقدرة، وقد عرف جوران مفهوم النوعية بأنها "ملاءمة المنتج للاستعمالات التي تنعكس في مجال التقييس بمطابقة المنتج أو الخدمة للمواصفات القياسية لا مجرد قياس الخصائص فقط". كما عرف عالم الجودة (Feigebaum) (عيشوني، ٢٠٠٧، ٣٣٦) مقدرة العملية الإنتاجية الواقعة تحت المراقبة الإحصائية هي مقياس عن قابليتها على تحقيق خاصية الجودة ضمن المواصفات المحددة. من هذا التعريف يبدو واضحاً أن مقدرة العملية هي مقياس لدقة العملية الإنتاجية المرتبطة بالأداء النوعي للنظام الإنتاجي ككل بما فيه من مكونات وعناصر على الإيفاء بمتطلبات التصميم وحدود المواصفات، وعليه يمكن تعريف مقدرة العملية بأنها إجراء لتقييم العملية بواسطة لوحات السيطرة النوعية لتحديد قابلية مقدرة العملية الإنتاجية أو الخدمية على تحقيق النوعية والمواصفات القياسية في خصائص المنتج.

فمن خلال دراستها يمكن تحديد مقدرة العملية ومعرفة حدود المواصفات (Specification Limits) أو التسامح (Tolerance)، وتتم هذه الدراسة للتوافق بين حدود السيطرة (Control Limits) وحدود المواصفات (Specification Limits). وتؤدي دراسة مقدرة العملية إلى تحديد مقدرة العملية الإنتاجية، تحديد نسبة اختلاف الإنتاج عن المواصفات القياسية له، تمكين السيطرة في العملية الإنتاجية.

إن دراسة المقدرة تكون للعملية الإنتاجية التي تخضع للسيطرة الإحصائية (Process Control) وكانت خصائص الجودة تتبع التوزيع الطبيعي (Besterfield, 1979, 79-84)، فإذا كانت العملية كذلك فهذا لا يعني بالضرورة مقدرتها على إنتاج منتج بحسب المواصفات. وتتم دراسة مقدرة العملية الإنتاجية بالنسبة إلى:

- حدود المواصفات.
 - تحديد متوسط العملية الإنتاجية.
 - تشتت العملية الإنتاجية.
 - الخاصية الأسمية للجودة.
- ولأجل إجراء دراسة مقدرة العمليات يمكن لنا إتباع الخطوات العملية الآتية والتي تمثل كل خطوة منها أداة لدراسة مقدرة العملية:

١. دراسة استقرار العملية ومقدرتها عن طريق رسم لوحات السيطرة للمتغيرات.
٢. دراسة ما إذا كانت العملية تحقق المواصفات عن طريق رسم المدرج التكراري.
٣. حساب مؤشرات المقدرة.

مؤشرات مقدرة العمليات (Process Capability Indices)

مؤشرات مقدرة العمليات هي مقاييس تستعمل في تحديد العلاقة بين تشتت العملية وحدود المواصفات, وبالتالي يمكن من خلالها قياس قدرة العملية على إنتاج وحدات بحسب حدود المواصفات, وأن هذه المؤشرات سهلة الفهم وبسيطة التطبيق تعبر عن أداء العملية وخلاصة ما يحدث في الإنتاج بقيمة عددية, اهتم الكثير من الباحثين بوضع وتطوير مقاييس عديدة لقياس العملية الإنتاجية سميت بمؤشرات مقدرة العمليات PCI_s فكان أول مؤشر وضعه (Juran; 1974) وعرفه بأنه يقارن مقدار انتشار العملية (Process Spread) مع حدود المواصفات ويحسب بالصيغة الآتية (داؤد, ٢٠٠٦, ٢٧):

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6S}$$

حيث إن :

USL: الحد الأعلى للمواصفات القياسية.

LSL: الحد الأدنى للمواصفات القياسية.

إن استخدام المضاعف "٦" في المعادلة المذكور أنفاً يعود إلى الفكرة نفسها التي قادت شيوارت إلى استخدام ثلاثة انحرافات معيارية لاحتساب حدود السيطرة, في لوحات السيطرة إذ لاحظ عند تطبيق حدود $(\pm 3\sigma)$ على البيانات أنها تعطي نتائج جيدة من حيث التطبيق وانجاز حدود ذات تأثير.

عندما $C_p = 1$ فإن النسبة المتوقعة للوحدات غير المطابقة للمواصفات تكون (٢٧, ٠%) وعندما $C_p < 1$ هذا يعني أن هناك عدداً كبيراً من الوحدات غير مطابقة للمواصفات.

يأخذ مؤشر C_p بشكل عام مقدار انتشار العملية المدروسة بنظر الاعتبار ولا يتأثر بوجود تغيير في متوسط العملية (Shift in Process Mean), وللتغلب على هذه المشكلة حاولوا إيجاد صيغ جديدة لحساب المقدرة الإنتاجية لتعالج هذا العجز, منها وأكثرها استعمالاً ما يأتي :

١. مؤشر المقدرة القائم على الحد الأعلى للمواصفات C_{pu} .
 ٢. مؤشر المقدرة القائم على الحد الأدنى للمواصفات C_{pl} .
 ٣. مؤشر المقدرة القائم على حدي المواصفات C_{pk} .
 ٤. مؤشر المقدرة القائم على حدي المواصفات وتحديد قيمة الهدف C_{pm} .
- باستخدام هذه المؤشرات يمكن الحكم على مقدرة العملية بحسب قيمة المؤشر التي نقوم بحسابها من معطيات العملية وحدود المواصفات. فبصفة عامة إذا كان المؤشر أكبر من أو يساوي (١) تعد مقدرة العملية جيدة وإذا كان أقل من (١) هذا يعني أن عدداً كبيراً من الوحدات غير مطابقة للمواصفات, أي ليس لها القدرة على الإنتاج وازداد اهتمام الباحثين بحقل مؤشرات مقدرة العمليات, للاطلاع على هذه الصيغ أنظر (داؤد, ٢٠٠٦, ٢٧-٣٠)

في بحثنا هذا تم الاعتماد على استخدام أسلوب بيز في حساب مؤشر المقدرة C_{pm} .
حساب مؤشر المقدرة C_{pm}

اقترح كل من (داؤد، ٢٠٠٦، ٢٨) و Hsiany & Taguchi (1985) و Chan, Cheng & Spring (1988) مؤشر المقدرة C_{pm} الذي يربط بين حدود المواصفات (USL, LSL)، وتشنت العملية (6σ) متوسط العملية (M) وهدف العملية (T) أو الخاصية الاسمية للمواصفات، حيث كان المؤشر C_{pk} يعاني من عيب وحيد هو أنه لا يمكن احتسابه عند تحديد قيمة الهدف مسبقاً وللتغلب على هذا العيب اقترح المؤشر C_{pm} ويحسب على النحو الآتي (داؤد، ٢٠٠٦، ٢٨):

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{s^2 + (\bar{x} - T)^2}} \quad \text{-----(1)}$$

حساب مؤشر المقدرة C_{pm} باستخدام أسلوب بيز

لغرض حساب مؤشر المقدرة C_{pm} باستخدام أسلوب بيز سوف نقوم بتقدير S^2 في المعادلة (١) ونعوض عنها بقيمة معدل التوزيع اللاحق لـ σ^2 ، أما قيمة \bar{X} في المعادلة (١) فسوف نعوض عنها بقيمة معدل التوزيع اللاحق غير الشرطي لـ θ ، حيث أن θ و σ^2 هما معلمتا التوزيع الطبيعي، ولإيجاد هذه القيم التقديرية لأبد من إيجاد التوزيع اللاحق للمعلمتين θ و σ^2 باستخدام نظرية بيز وكالاتي (Box, 1973, 10-12):
 Posterior dist. α prior distribution * Likelihood function

$$p(q, s^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) \propto p(q, s^2) L(q, s^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) \quad \text{-----(2)}$$

إذ أن :

$P(\theta, \sigma^2)$ يمثل التوزيع أو الاحتمال السابق المشترك ذا المعلومات القياسية لـ θ و σ^2
 $L(\theta, \sigma^2 | x_1, x_2, \dots, x_n)$ تمثل دالة الترجيح ويمكن حساب الاحتمال السابق لـ θ و σ^2 على النحو الآتي:

$$p(q | s^2) = \frac{p(q, s^2)}{p(s^2)}$$

$$\therefore p(q, s^2) = p(q | s^2) \cdot p(s^2)$$

$$a \frac{1}{s^2} e^{-\frac{1}{2s^2}(q-q_0)^2} \cdot (s^2)^{-\frac{(n_0+1)}{2}} e^{-\frac{n_0 s_0^2}{2}}$$

أما دالة الترجيح فتكون بالصيغة الآتية:

$$L(q, s^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi s}}\right)^n e^{-\frac{\sum(x_i - q)^2}{2s^2}}$$

الدكتورة الرسام والعاني [٧٣]

وبتعويض كل من الاحتمال السابق $P(\theta, \sigma^2)$ ودالة الترجيح $L(\theta, \sigma^2 | x_1, x_2, \dots, x_n)$ في المعادلة (٢) وبعد التبسيط نحصل على :

$$p(q, S^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) \propto (S^2)^{-\frac{N}{2}+1} e^{-\frac{1}{2S^2} S_T^2} (S^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{n+1}{2S^2} (q-q^*)^2} e^{-\frac{1}{2S^2} (q-q^*)^2}$$

حيث ان :

$$S_T^2 = n_0 S_0^2 + \frac{n}{n+1} (q_0 - \bar{X})^2 + \sum (X_i - \bar{X})^2$$

$$N = n_0 + n$$

ويمكن كتابة التوزيع اللاحق المشترك بصيغته النهائية على النحو الآتي :

$$\Rightarrow p(q, S^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{(S_T^2/2)^{\frac{N}{2}}}{\left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{N}{2}}} (S^2)^{-\left(\frac{N}{2}+1\right)} e^{-\frac{S_T^2}{2S^2} \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{2ps}}} e^{-\frac{n+1}{2S^2} (q-q^*)^2} \quad (3)$$

ومن المعادلة (٣) يمكن إيجاد التوزيع اللاحق للمعلمة σ^2 ويكون بالصيغة الآتية :

$$p(S^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{(S_T^2/2)^{\frac{N}{2}}}{\left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{N}{2}}} (S^2)^{-\left(\frac{N}{2}+1\right)} e^{-\frac{S_T^2}{2S^2}}$$

$$\Rightarrow (S^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) \sim \Gamma^{-1}\left(\frac{S_T^2}{2}, \frac{N}{2}\right)$$

وهذا دليل على ان التوزيع اللاحق لـ σ^2 هو توزيع معكوس كما وعليه يكون معدل التوزيع اللاحق للمعلمة σ^2 بالصيغة الآتية:

$$\therefore S^* = \frac{S_T^2}{N-2}$$

وأیضا باستخدام المعادلة (٣) يمكن إيجاد التوزيع اللاحق غير الشرطي للمعلمة θ ويكون بالصيغة الآتية:

$$(q | x_1, x_2, \dots, x_n) \sim t(q^*, \frac{S_T^2}{N(n+1)}, N)$$

وعليه يكون معدل التوزيع اللاحق غير الشرطي لـ θ بالصيغة الآتية:

$$q^* = \frac{1}{n+1} (q_0 + n\bar{X})$$

وبتعويض قيمة θ^* و σ^* في معادلة (١) عن قيمة كل من \bar{X} , S^2 على التوالي نحصل على:

$$C_{pm(B)} = \frac{USL - LSL}{6 \sqrt{\frac{S_T^2}{N-2} + \left[\frac{1}{n+1} (q_0 + n\bar{X}) - T \right]^2}} \text{-----(4)}$$

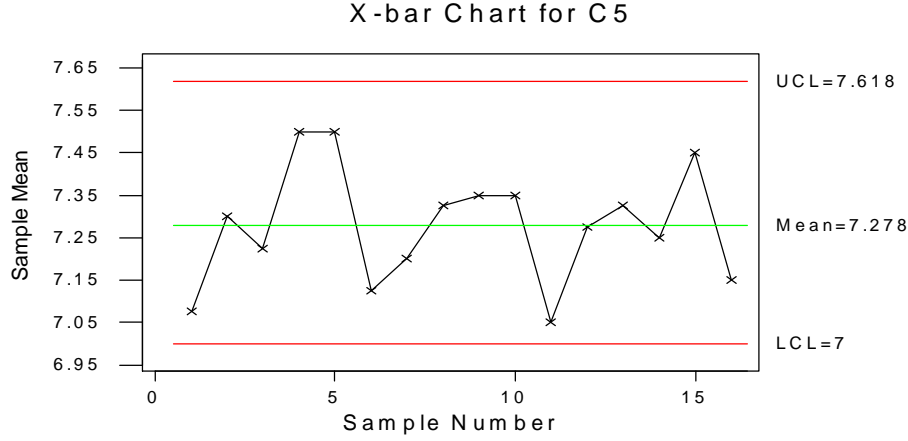
ويمثل هذا قيمة مؤشر المقدرة C_{pm} بأسلوب بيز في بحثنا هذا سنستخدم هذا المؤشر في التطبيق العملي.

التطبيق العملي

تم أخذ البيانات للدالة الحامضية PH للمياه الجوفية لموقعين في مدينة الموصل، وهما منطقة سنجار وتلعفر، وقد جمعت عينات من المياه الجوفية للفترة ما بين شهر ٦/ ٢٠٠١ ولغاية ٤/ ٢٠٠٢ وبلغ عدد الآبار التي جمعت خلال هذه الفترة (٦٤) منها ٣٠ بئراً في منطقة سنجار و ٣٤ بئر في منطقة تلعفر.

الدالة الحامضية (PH) هو مقياس للحامضية أو القلوية (القاعدية) في الماء، وبحسب المواصفات القياسية تكون قيمة الدالة PH ما بين (٠-١٤)، ويوصى أن يكون مستوى الدالة (PH) في المياه الجوفية بحدود (٧-٨)، وعندما يكون أقل من هذا المستوى تكون حامضية، فإذا تلوث الماء بالأحماض فإن ذلك يسبب الصدأ للأنياب وتآكلها، هذا ناهيك عما تسببه من آثار على صحة الإنسان بحسب نوع الحامض الملوث . وعندما يكون أعلى من هذا المستوى تكون قاعدية، والتلوث بالقلويات يكون الأملاح مثل كربونات وبيكربونات وهيدروكسيدات والكلوريدات. وتسبب كربونات وبيكربونات الكالسيوم والمغنيسيوم عسر الماء كما إن مركبات الكلوريدات تسبب ملوحة الماء.

تم تقسيم عدد الآبار إلى (١٦) عينة، حجم كل عينة (٤) بئر ومن أجل اختبار هل إن الدالة الحامضية للمياه الجوفية تحت السيطرة الإحصائية، سوف نقوم برسم لوحة المعدل \bar{X} ، للاطلاع على اللوحة أنظر [3] وباستخدام البرمجية الجاهزة (Minitab 13.0) وكالاتي:



من خلال اللوحة المذكورة آنفاً يتبين لنا مبدئياً أن الدالة الحامضية للمياه الجوفية تحت السيطرة الإحصائية^[3]، حيث أن جميع النقاط وقعت داخل حدود السيطرة، وتوزعت بحسب التوزيع الطبيعي، ومنه يمكن دراسة مقدرة المياه الجوفية على تحقيق المواصفات القياسية للدالة الحامضية وعلية سوف نقوم بحساب قيمة المؤشر $C_{pm(B)}$ وبحسب المعادلة رقم (٤) حيث ان:

θ_0 : القيمة السابقة للمعلمة θ (معدل مستوى الدالة الحامضية) والتي تحدد كما ذكرنا سابقاً بحسب المواصفات القياسية، وسوف نختار القيمة الأولية ($\theta_0 = 7$).
 S^2_0 : تمثل القيمة السابقة لتباين مستوى الدالة الحامضية والذي يحدد أيضاً بالخبرة والاعتقاد الشخصي، وسنأخذ القيمة الأولية ($S^2_0 = 0.2$)، وهي مساوية لقيمة تباين عينة هذه الدراسة.

n_0 : يمثل حجم العينة الأولية وسوف نأخذ قيمتها مساوية لقيمة حجم عينة الدراسة (٦٤).
 أما قيمة خط الهدف وحدود المواصفات T و LSL و USL لمستوى الدالة الحامضية فسوف تكون ٧,٥ و ٧ و ٨ على التوالي وكما ذكرنا سابقاً.

وبتطبيق المعادلة رقم (٤) حصلنا على $C_{pm(B)} = 0.527$ من خلال قيمة المؤشر يتبين لنا أن المياه الجوفية لمنطقة سنجار وتلعفر غير قادرة على تحقيق المستوى القياسي للدالة الحامضية حيث ان قيمة $C_{pm(B)} < 1$
 أما عند تطبيق معادلة رقم (١) فحصلنا على $C_{pm} = 0.069$ ، ومن خلال هذا المؤشر يتبين لنا أيضاً أن المياه الجوفية لمنطقة سنجار وتلعفر غير قادرة على تحقيق المستوى القياسي للدالة الحامضية حيث ان قيمة $C_{pm} < 1$.

الاستنتاجات

١. تبين من خلال هذه الدراسة عند حساب مؤشر مقدرة العمليات C_{pm} بالأسلوب التقليدي وأسلوب بيز كانت النتائج لكلا الأسلوبين متطابقة، وعليه يمكن الاعتماد على أسلوب

بيز في تحليل أفضل لمقدرة العمليات, حيث يستخدم هذا الأسلوب المعلومات السابقة حول معلمة الظاهرة المدروسة فضلاً عن معلومات العينة.

التوصيات

١. يمكن تعميم أسلوب بيز لحساب بقية مؤشرات مقدرة العمليات.
٢. استخدام أساليب أخرى لحساب مؤشرات مقدرة العمليات كأسلوب بيز التجريبي ومقارنته مع الطرائق التي تم التوصل إليها في هذا البحث.

المراجع

أولاً - المراجع باللغة العربية

١. داؤد، نينوى نمرود، ٢٠٠٦، احتساب مؤشرات مقدرة العملية في تقييم العملية الإنتاجية بإجراء المحاكاة، رسالة ماجستير، جامعة اربيل، غير منشورة.
٢. عيشوني، محمد أحمد، ٢٠٠٧، ضبط الجودة - التقنيات الأساسية وتطبيقاتها في المجالات الإنتاجية والخدمية، دار الأصحاب للنشر والتوزيع.

ثانياً - المراجع باللغة الاجنبية

1. Besterfield,D.H. 1979, Quality Control, Prentice Hall Englewood Cliffs, New York .
2. Box,G.E. & Tiao, 1973, Bayesian Inference in Statistical of Analysis, Addison – Wesley Publishing Company , California , London .
3. Chen, K. S & Pearn, W. L., 2001, Capability Indices for processes with Asymmetric Tolerances, Journal of the Chinese of Engineers. Vol.(24), No.(5).
4. Larson,H.J., 1974, Introduction To Probability Theory Statistical Inference, John-Wiley, New-York.