

تقييم نقدي لمادة الاقتصاد الرياضي

(استعراض للفكر الاقتصادي الاكاديمي المعاصر حول مادة الاقتصاد الرياضي)
(Critically Evaluation of Mathematical Economics)

أ.م.د. مناضل عباس حسين الجواري
جامعة كربلاء - كلية الادارة والاقتصاد

المقدمة:

يعتمد الاقتصاد كمادة اكااديمية على الاساليب الرياضية الى جانب اعتماده على الجوانب الادبية , يتم اعتماده على الاساليب الرياضية والكمية لغرض تحليل الاقتصاد بدقة او تحليل مناطق بعينها داخل الاقتصاد , والاقتصاد الرياضي مصطلح يطلق على تطبيق المناهج الرياضية لشرح وتفسير النظرية الاقتصادية بطرق رياضية, اذ يقوم بصياغة مفردات النظرية الاقتصادية الجزئية والكلية بأسلوب رياضي معبرا عنها بصيغ دالية فهو تصيغ للنظرية الاقتصادية (1) حيث يدرس العلاقات بين مختلف المتغيرات الاقتصادية ليس بالوصف كما هو الحال في الاقتصاد الوصفي التقليدي وانما باعتماد الدوال والعلاقات والرموز الرياضية , ولا يعتبر الاقتصاد الرياضي فرعاً من فروع علم الاقتصاد كالاقتصاد الجزئي او الكلي او الاقتصاد القطاعي (زراعي ,صناعي ,تجاري ,.....الخ) او من السياسات الاقتصادية كالسياسة المالية او النقدية وانما هو منهج او اداة للتحليل الاقتصادي (2) ,فهو يفترض علاقة دقيقة ومضبوطة بين المتغيرات الاقتصادية , ويتبع الاقتصاد الرياضي الطريق العلمي الذي يبدأ بجمع البيانات والحقائق وتصيغ الفروض واختبارها , وعليه يمثل الاقتصاد الرياضي طرقاً تكتيكية في تحليل مسار العلاقات بين المتغيرات الاقتصادية , و ان معظم طرق التحليل الاقتصادي تختزل بالتحليل الرياضي ,فهو يوضح هذه العلاقات بأسلوب كمي

(منتظم ومنطقي) كالعلاقة بين الاستثمار والدخل والكلفة وارتفاع الاسعار والطلب النقدي والدخل وسعر الفائدة والادخار والدخل وغيرها.
ويرى الباحث ان الاقتصاد الرياضي هو مجموعة القوانين والنظريات والادوات المستعملة في تمثيل النظرية الاقتصادية رياضيا بهدف دراسة ظاهرة ما او تحليل لمشكلة قائمة باعتماد تصيغ رياضي معين.

اشكالية البحث:

يعالج البحث الاشكالية الاتية:

(تعاني معظم الدراسات في المجال التطبيقي في مختلف الاقتصادات وخاصة الواعدة منها من افتقارها للتحليل الرياضي في حل مشاكلها الاقتصادية الامر الذي يؤول لعدم امامها بالصيغ الرياضية الحديثة او لصعوبة تطويع الاقتصاد برمته واخضاعه للتصبيغ الرياضي في حل المشاكل الاقتصادية, لاسيما وان التحليل الرياضي له اهميته المعروفة في الدراسات الاكاديمية البحثية الهادفة الى الانتقال بوضع الامم والاقتصادات صوب التنمية والتطور الرقي وهذا ما اكدته تجارب الدول المتقدمة في عالمنا الحالي.

اهمية البحث:

تأتي اهمية البحث من كون الاقتصاد الرياضي مادة علمية واداة تحليلية تدخل في صلب التحليل الكمي والتجريبي لحل مشاكل الواقع الاقتصادي بابرار مزايا ومساوىء استخدام هذه المادة العلمية والوقوف على ماهيتها في اطار منهجية الفكر الاقتصادي الاكاديمي المعاصر).

هدف البحث:

يهدف البحث الى اجراء تقييم نقدي لمادة الاقتصاد الرياضي في اطار الفكر الاقتصادي الاكاديمي المعاصر وابرار حقيقة هذا التحليل فيه ,مع الاستشهاد ببعض النماذج الاقتصادية التطبيقية المختارة)

فرضية البحث:

ينطلق البحث من الفرضيين الاتيين:

- 1- يمتاز الاقتصاد الرياضي ببعض المساوىء والمحاسن في مجال الدراسات الاقتصادية الكمية والتطبيقية سيتم التنويه عنها في متن البحث)
- 2- هناك اختلاف من قبل المدارس الاقتصادية في تطبيقها وتبنيها اسلوب التحليل الرياضي في الحياة التجريبية.

اسلوب البحث:

اعتمد الباحث اسلوب المزج بين الاسلوب الاستقرائي والتحليلي باعتماد نماذج رياضية تطبيقية تصلح لمعالجة الواقع الاقتصادي وتحليلها انيا تمثل الجانب التجريبي او (التطبيقي النظري) للبحث.

منهجية البحث:

تم دراسة البحث على النحو الاتي:

المحور الاول: الاطار المفاهيمي والنظري (*overview*)

1- حداثة المادة-

2- اهمية دراسة المادة-

3- الفكر الاقتصادي والمنهج الاقتصادي-

4- الاقتصاد الرياضي والنظام الاقتصادي-

5- الاقتصاد الرياضي والفلسفة الاجتماعية-

المحور الثاني: الجانب العملي والتطبيقي (نماذج رياضية منتخبة)

1- نموذج هارود *Harrud Model*

2- نموذج دومار *Domar Model*

3- نموذج سولو *Solow Model*

4- نموذج نسيج العنكبوت *cob web Model*

5- نموذج سلاتسكي *sluctsky Model*

6- نموذج (قاعدة) برنولي *Bernaillis equation*

وانتهى البحث بجملة من الاستنتاجات والتوصيات المناسبة مع ثبث المراجع العلمية.

7 - حداثة المادة:

كنقطة بدأ لا بد لنا من الإشارة او التطرق الى نشأة وتطور الاقتصاد الرياضي رغبة منا في اعطاء تصور ولو بصورة سريعة عن هذه المادة دون تركها مبتورة ولمقتضيات وسياق البحث الاكاديمي , نذكر ان استعمال الرياضيات في التحليل الاقتصادي يعود للقرن السابع عشر من قبل جماعة اكااديمية قامت في الجامعات البريطانية بدراسة مواضيع تعود للحكومة مثل *William Petty* (3) مستخدما بعض البيانات الاحصائية (4) , وفي مطلع القرن الثامن عشر من القرن الماضي استخدم (شيفا) وهو عالم ايطالي الاقتصاد الرياضي والاسلوب الرياضي في تحليلاته وذلك عام (1770) ثم كورنو الفرنسي عام (1828) في كتابه (بحوث في المبادئ الرياضية لنظرية الثروات , بعد ذلك استعمل جفونز البريطاني (*W.S.Jevons*) عام (1870) الاقتصاد الرياضي في التحليل الاقتصادي لمجموعة من الظواهر الاقتصادية للوقوف على حقيقة هذه الظواهر واعطاء تفسيرات مناسبة ومعقولة لها , فله اسهامات في النظرية الرياضية والاقتصاد السياسي (1862) والمنفعة الحدية والتعامل مع الاسعار والكميات احصائيا (5) وكذلك هذا فالراس (*Leon Walras*) وهو فرنسي الجنسية (ماسبقه جيفونز وكان استاذا في جامعة لوزان (سويسرا) عام (1874) في كتابه (مبادئ الاقتصاد السياسي الحديث) , اذ قدم اربع نماذج في التبادل (6) ودرس (*Cournot*) تعظيم المنفعة رياضيا (7) اما باريتو (*pareto*) الايطالي فقد استخدم الرياضيات لتوضيح النظرية الاقتصادية وتفسير فروضها , وهو استاذا كسابقه في جامعة لوزان السويسرية , اذ نشر كتاب له بعنوان (الاقتصاد البحث) عام (1902) (8) ولم يأخذ الاقتصاد الرياضي مكانه المرسوم في الفترة الماضية سوى تفسير النظرية الاقتصادية , ولكن مع تطور الاساليب الكمية في التحليل الاقتصادي وتقدم الاساليب القياسية والحاسبات

زاد من اهمية الرياضيات في الاقتصاد واسهامها في حل المشاكل الاقتصادية فضلا عن تدخل الدولة في النشاط الاقتصادي وضبط مسار المتغيرات الاقتصادية ومحاولة توجيهها باعتماد مبدأ التخطيط الاقتصادي كالاستخدام والدخل والاستثمار والانفاق ,حيث ان المعرفة الدقيقة بهذه المتغيرات لا يتم دون اعتماد علاقات دالية وتصيغ رياضي وهي تتطوي تحت مظلة الاقتصاد الرياضي.(9),ان بناء النماذج الرياضية للنمو الاقتصادي ذات الفرق الزمني كان في القرن التاسع عشر ودراسات تعظيم المنفعة وتوضيح سلوك المستهلك رياضيا والامثلية ونظرية الالعاب التي استخدمت عمليا في الحرب العالمية الثانية (10), ولكن تنظيم الاقتصاد واخضاعه للانظمة جرى من قبل هايك (*Friedrih-hayek*) وكينز ورياضيون اخرون مثل فالراس وايدجورت (*Edgeworth*) فالاقتصاد الرياضي الحديث كان في اواخر (1930) بمناقشة نظرية البيانات وقوانين التحدب (*convexity*) ومشاكل الاقتصاد المستعصية (11),او كذلك دراسة النسيج التكنولوجي والترابط الانتاجي بين الصناعات المخلفة من قبل (*Leounif*) نموذج تحليل المدخلات -المخرجات عام 1936 (12) اما نماذج (*Von Neumann*) المقيدة في التوازن العام فكانت عام (1938),حيث نظرية (*matrix pencil*) و(*positive number*) والمعادلة التكميلية: $PTA - \alpha Pq = 0$ ونظرية النقطة الثابتة $a - \alpha p$ وغيرها (13), وتعد البرمجة الخطية واللاخطية والرياضيات المقيدة ضربا متقدما في الاقتصاد الرياضي (14), وفي القرن العشرين برز رواد للفكر الاقتصادي الرياضي مثل: *R.G.D.Allen, Kenneth Arrow, Gerard Debreu, Savage, Robert Solow* وغيرهم

2- اهمية دراسة المادة:-

أ- ايجابيات المادة:

ان استخدام التحليل الرياضي بصفة عامة والاقتصاد الرياضي بصفة خاصة في الاقتصاد هو لاختبار النظرية الاقتصادية (*Normative*) وتوضيحا للفجوة بين النظرية والتطبيق وبمعنى ادق هو دراسة الواقع الاقتصادي المعاش (*what it is*) ومقارنته بمعطيات وفروض النظرية الاقتصادية وقوفا على الانحراف عن الاتجاه العام الذي تمثله النظرية الاقتصادية , ويتطلب تطبيق الاسلوب الكمي الذي يقع الاقتصاد الرياضي تحت مظلته دوال اقتصادية مستمرة (*continuous functions*) أي لا يوجد توقف في الانتاج او فاصل زمني كي يعطي الاقتصاد الرياضي النتائج المرجوه من تطبيقه ,وعليه فان الاقتصاد الرياضي يفيد في تجنب الافتراضات الضمنية وجعلها اكثر وضوحا وتحديد فروض النموذج الاقتصادي وامكانية اكبر في تحليل النتائج المقدرة (15), كذلك يساعد الاقتصاد الرياضي في دراسة العلاقات المتشابكة والمعقدة بين المتغيرات الاقتصادية المتعددة وعرضها بصورة رقمية , الامر الذي يصعب على الاقتصاد الوصفي وباقي اساليب التحليل الاقتصادي , ويفيد الاقتصاد الرياضي في توفير الكثير من الجهد لعرضه العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية بشكلها الدقيق والمضبوط. ويستخدم الاقتصاد الرياضي اساليب تحليل التكامل والتفاضل ومناهج المصفوفات الجبرية ومعادلات الفروق وطرق حسابية اخرى لحل المشاكل الاقتصادية (16), فالرياضيات تساعد الاقتصاديين في معالجة بعض المواضيع المثيرة للجدل (17) , فبدون المنهج الرياضي لا يمكن تبني نماذج مبسطة للعلاقات الاقتصادية والتطبيقات التي تهتم بمعالجة مشاكل الامثلية والتوازن المستهدف والسكون المقارن والتحليل الديناميكي (18) واشاد الكتاب الرياضيون

بالفوائد الكبيرة لهذا الاسلوب والمتمثلة بصياغة واشتقاق مفتاح العلاقات في النموذج الاقتصادي بوضوح وصراحة وبساطة ,وقد اوضح بول ساملسون (Paul A. Samuelson) في كتابه اساسيات التحليل الاقتصادي عام (1947) (البنى الرياضية العامة في عدة مجالات اقتصادية (19) اذ ان الاقتصاد الرياضي التطبيقي ذو وزن كبير في الحياة الاقتصادية.

ب- سلبيات المادة:

لايخلو تطبيق الاقتصاد الرياضي من المآخذ او الانتقادات فقد يأخذ عليه بان علم الاقتصاد (Economics) من العلوم التي يصعب اخضاعها للمعادلات والصيغ الرياضية او اخضاع متغيراته للتعبير او التحليل الكمي (quantitative), ويرى فريق اخر من المنتقدين هو ان النماذج الرياضية هي نماذج مبسطة (simplified) لايمكن الاعتماد على نتائجها ,ان هذا التشكيك او الاتهام للاقتصاد الرياضي ليس ذنب الاقتصاد الرياضي ذاته وانما لضعف المام بعض الاقتصاديين بالمعادلات المعقدة وبالاساليب الرياضية الحديثة ,اذ يحاول بعض المهتمين بالاقتصاد الرياضي تكييف الاقتصاد للقواتين الرياضية وليس العكس

(20) جاعلين الرياضيات اداة طيبة لخدمة الاقتصاد وتكييف فروض النظرية الاقتصادية مع اهداف الاقتصاد الرياضي.

الفكر الاقتصادي والمنهج الاقتصادي:3-

هناك جذران للفكر الاقتصادي الجذر الفلسفي والجذر العملي الاول يشمل الغايات والقيم الاساسية للنشاط الانساني والثاني يشمل حلول واره لمشاكل معينة, اذ هناك طرائق تفكير تأملية (21) ذات طابع شخصي ومحلي وعابر وعاطفي ومتحيز احيانا, ماعلاقة هذه الطرائق , بمادة الاقتصاد الرياضي وما اهمية المحيط الاقتصادي والوقائع الاقتصادية في صياغة الفكر الاقتصادي , هناك اتجاهان اساسيان للفلسفة العامة التي تكمن وراء الفكر الاقتصادي الاتجاه المثالي والاتجاه المادي اصطلاحان علميان ليس لهما مدلول اخلاقي وان مايهما هو ان نذكر على سبيل المثال ان المثاليين يميلون الى انكار اهمية القوانين العلمية في الحياة الاقتصادية, بينما يؤكد الماديون على خضوع الحياة الاقتصادية لمجموعة من القوانين الطبيعية لايمكن الخروج عنها كما كان سائدا في الفكر الكلاسيكي (الكلاسيك) مثلا (22), وفي تاريخ علم الاقتصاد هناك منهجان اتبعنا بصورة عامة في تاريخ الاقتصاد هما المنهج الاستنتاجي

(*deduction*) والمنهج الاستقرائي (*induction*), وفي حالة الجمع بينهما يتم الحصول على التحليل الكمي, المنهج الاستقرائي يبدأ من الخاص الى العام والمنهج الاستنتاجي يبدأ من العام الى الخاص بطريقة التحليل الذهني مفترضا الحل المسبق وبالشروط التي تمس المسألة قيد الدرس ومن هذه المقدمات المفترضة وبواسطة بعض القواعد المنطقية يتم التوصل الى نتائج محددة, ان حسن استخدام هذا المنهج يقتضي التحقق من صحة المقدمات والنتائج المترتبة عليها عن طريقة الملاحظة والاختبار باستخدام المعايير المختلفة (اقتصادية, احصائية, قياسية) ويساعد استخدام هذا المنهج على وضع افتراضات او مقدمات تعسفية دون الاستناد الى الوقائع والخبرات الواقعية, اما المنهج الاستقرائي فيبدأ من

الخاص الى العام كما ذكرنا سلفا عن طريق اختبار حقائق معينة وجعلها الاساس لصياغة القوانين التجريبية العامة

(*imperical*) , ويساعد استخدام هذا المنهج في التغيير والتطبيق العملي وذلك بانكار الطابع المطلق للقوانين والمبادئ الاقتصادية مثل تقسيم العمل الدولي وحرية التجارة الدولية وانسجام المصالح والافكار الاقتصادية للانسانالخ ,تاريخيا كان احد هذين المنهجين يتفوق على الاخر بشكل يشبه دورات في التطور التاريخي للمنهجية (23):

أ-العصور القديمة والوسطى :في هذه الفترة سادت المنهجية الاستنتاجية او الفلسفية:

ب-المدرسة المركنتلية او (التجارية):حيث سادت المنهجية الاستقرائية في القرنين السادس عشر والسابع عشر من القرن الماضي.

ج-الفيزوقراط(المدرسة الطبيعية):تم استخدام المنهج الاستنتاجي.

د-المدرسة الكلاسيكية (الكلاسيك الانكليز):استخدموا المنهجية الاستنتاجية ايضا.

هـ-التاريخيين (الالمان):تم استخدام المنهج الاستقرائي بصورة متطرفة جدا وكرد فعل على ماسبقهم من الانظمة.

و-المدرسة النمساوية:تم استخدام المنهج الاستنتاجي ومن اقطاب المدرسة النمساوية ا(مارشال)ولكن باعتدال.

ز-الاقتصاديون المعاصرون:يميلون الى استخدام الاسلوبين (الاستقرائي والاستنتاجي) معا.

ان استخدام هذين الاسلوبين او المنهجين له علاقة بالمرحلة المعينة من تطور الفكر البشري ,اذ صنف (Kant) هذا التطور بثلاث مراحل هي (24)

اولا:المرحلة الثيولوجية او (اللاهوتية): وهي قوى علوية فوق الطبيعة تفسر الظواهر المختلفة

ثانيا: المرحلة الميتافيزيقية: وتكمن في صلب ت الظواهر الطبيعية .

ثالثا: المرحلة الوصفية: وتهتم بتصنيف العلاقات الكمية بين الظواهر المختلفة وصياغة معادلات رقمية لها. وبموجب هذا التصنيف فان المنهج الاستنتاجي يكون ضمن المرحلتين الاولى والثانية بينما يسود المنهج الاستقرائي في المرحلة الثالثة, وفي الوقت الحاضر مازالت هذه المراحل تعيش معنا, ان الحديث عن معدلات الاجور والارباح والامثلية والتوظف الكامل والتوزيع العادل ماهو الا مدى للمرحلتين الاولى والثانية وان الاعتماد على معادلات رقمية وكمية ماهو الا نتيجة للمرحلة الثالثة.

4- الاقتصاد الرياضي والنظام الاقتصادي:

لم يأخذ الاقتصاد الرياضي طابعه المرسوم له في التاريخ الاقتصادي الا من قيل المدرسة الحدية, وهذا لايعني عدم وجود بوادر للتحليل الرياضي في المدارس الفكرية السابقة كالتجاربيين مثلا, اذ ان المدرسة الحدية تأمن بالبيرالية كأساس للتصرفات الاقتصادية والسلوك الاقتصادي, ولها طريقة خاصة بالتحليل تختلف بها مع المدرسة الكلاسيكية في تفسير الاخيرة لنظرية القيمة لذا سميت هذه المدرسة (الكلاسيكية المحدثه), اذ تبلورت افكارها في سبعينات القرن الماضي, ويعتبر التحليل الرياضي الحدي الاساس النظري للمدرسة, فارتفاع منفعة سلعة على اخرى يجعل تلك السلعة ذو قيمة اكبر والعكس صحيح فهي تنتهج التحليل الذاتي بدلا من الموضوعي الذي كان سائدا لدى الكلاسيك, وان تحقيق الفرد لاعلى منفعة هي مسألة ذاتية تخص الافراد وحدهم (25) ان التحليل الحدي تم استعماله من قبل (ريكاردو) في حساب ريع الارض الحدي, اذ يقوم البحث الحدي على اساس معرفة معطيات الوحدة الاخيرة, كالاجر الحدي والريع الحدي ورأس المال الحدي وكلها مواضيع يتم الوصول اليها بالتفاضل والمشتقات والامثلية و تعد مواضيع رياضية بحتة, حيث تشكل نظرية التجزئة الحدية ركنا اساسيا في الوصول الى

التجانس الاقتصادي ,ان الرياضيات والتحليل الرياضي تم استخدامها من قبل اصحاب هذه المدرسة في البحث والتحليل التجريدي او المعقد للتعبير عن اوضاع ملموسة او ظاهرة اقتصادية واقعية ,لقد ظهرت هذه المدرسة في ثلاث جامعات في وقت واحد عام (1871) بواسطة ثلاثة اقتصاديين (26) هم:

1-كارل مانج (1840-1921)

في النمسا مؤسس المدرسة الحدية في النمسا:وتعتمد افكار هذه المدرسة في تفسيرها للظواهر وتقييم الثروة على نفسية الانسان رافضين كل التحليل الكلاسيكية , روادها ايضا (كارل مانجر) صاحب نظرية الخيرات والقيمة ,فهو يرى ان الخيرات ليس لها كيان موجود الا اذا قابلها حاجة بشرية او منفعة .

2-ليون فالراس (1834-1910)

مؤسس المدرسة الحدية جامعة لوزان سويسرا:اذ تجسدت افكار وتحليلات هذه المدرسة على يد فالراس صاحب نظرية المبادلة والقيمة وباريتو .

3-ستالي جيفوس (1835-1881)

مؤسس المدرسة الحدية الانكليزية انكلترا.اما الفريد مارشال وباريتو فهما يعتبران من الجيل

الثاني للمدرسة الحدية, وتم تدشين اراء المدرسة الحدية في الدراسات الحدية من قبل(ستاتلي جفوس) والذي انتقد نظرية القيمة عند الكلاسيك باعتبار العمل مصدر القيمة ,وقد علل ذلك بالصياد الذي يقضي وقتا طويلا في صيد السمك لكنه يفاجيء بقطعة من الماس عوضا عن السمك الذي انتظره طويلا,اما كينز جامعة كامبرج/ (1883-1946) فهو من تلامذ مارشال وله نماذجه المعروفة في التحليل الاقتصادي الجزئي والكلي .

الاقتصاد الرياضي والفلسفة الاجتماعية: 5-

تعرف الفلسفة الاجتماعية بانها مجموعة الافكار والقيم والمثل الاجتماعية المؤسسة لعلم الاقتصاد العام وان الاقتصاد العام يرجع اليها ويدور حولها (27) فهل ان الاقتصاد الرياضي مرغوب فيه كمادة علمية ضرورية للمعرفة الاقتصادية ام ضرورية لاسباب تكتيكية وللطرائق التقنية للتطبيق الاقتصادي , هل انها تنتم بطابع عملي لعلم الاقتصاد وما هو الجدل الاقتصادي المعاصر حولها , والاقتصاد الرياضي كما يراه ساميلسون بانه تطبيق عملي للتجارة الخارجية والتسويق والنقل والحكومة والضرائب وغيرها(28) , لقد تم ربط الاقتصاد بالفلسفة والجدل الديالكتيكي كما فعل كارل ماركس (*Marx*) في تطبيقه للفلسفة على الانظمة الاقتصادية وكيفية احلال احدهما مكان الاخر عن طريق التضاد او الجدل ,حيث ان داخل كل فكرة او نظام شيء يسمى (*thesis*) وهناك نقيض لهذا الشيء (*antithesis*) وعن طريق الجدل او التضاد ينتهي هذا النظام كي يحل محله نظام اقتصادي جديد , ان الشيء الجديد يسمى (*synthesis*) , فعلى سبيل المثال وحسب جدلية ماركس اذا اخذنا النظام الرأسمالي فان داخل هذا النظام شيئان متضادان هما العمال (الشيء) ورب العمل (نقيض الشيء) , فالعمال يهدفون الى زيادة الاجور وتقليل ساعات العمل ورب العمل يهدف الى زيادة الارباح وزيادة ساعات العمل ويؤدي هذا التضاد الى شطب النظام الرأسمالي ليحل نظام اقتصادي اخر محله هو النظام الاشتراكي, واستنادا الى الفلسفة الوضعية لديكارت ان التحليل الرياضي او الرياضيات بشكل عام تعد اكتشافا وليس اختراعا فان قواعد الرياضيات كانت موجودة منذ الانسان القديم , فتعلم الانسان الدائرة من شكل الشمس والقرص من القمر واستعمال الاصابع للعد وهكذا (29) , ويرتبط المنطق بعلاقة قوية مع

الرياضيات حيث ان الاول يقوم على مجموعة من الافكار والطرق الرياضية السورية مقارنة بالرياضيات التي تقوم على مجموعة من الافكار المنطقية ,ان التقارب بين الرياضيات والمنطق يمكننا من القول ان المنطق المعاصر علما سوريا مستقلا لاعلاقة له بالفلسفة وهذا الذي يميزه عن باقي العلوم ,ان استقلالية المنطق المعاصر عن الفلسفة وارتباطه بالرياضيات وكفى (على ان يكون علما معيارا) مرا غامضا لدارسي المنطق من زاوية فلسفية ,وبالتمعن جليا بعلاقة المنطق بالرياضيات نرى ان المنطق القديم مرتبط بغايات واهداف فلسفية وذو نشأة ميتافيزيقية اما المنطق المعاصر فانه يعد علما سوريا مستقلا متحررا من هذه الغايات ,وتعتبر الرياضيات الحديثة اداة لاعادة بناء المنطق الحديث والتي ترجع الى العصر الحديث أي (القرن التاسع عشر) وتعتبر ذات صورية اكثر من الرياضيات القديمة ,تعود هذه الصورية الى جملة عوامل نذكر منها (30):

1- عدم الخوض في الرياضيات انذاك باعتبارها من اختصاص الفيزياء والاشكال المكانية .

2- كون حوسبة الرياضيات * هي السائدة والمسيطرة على الرياضيات.

3- استناد اليقين الرياضي الى افكار منطقية.

العوامل المذكورة انفا جعلت من المنطق ذو صبغة رياضية استنباطية ,ودفعت بالرياضيات باتجاه الصورية المحضة او ماتسمى (*Pure Formalism*) ,ان الرياضيات كانت باتجاه المنطق والعكس صحيح بينما كانت الرياضيات بالماضي مهتمه بالحدس المكاني والمنطق بالجدل الفلسفي والمعرفي ,فهي اداة لليقين (*certainty*) ,ولكن اختلف الفلاسفة حول مصدر او منبع هذا اليقين ,فمنهم من قال انه الحدس المكاني واخر من قال الاعداد وثالث قال يرجع الى مجموعة الافكار المنطقية ,ومن رواد الراي الاول اقليدس *Euclide* حيث تطابقت مقدماته الهندسية مع الواقع ,فقد اهتم بالمضمون المادي للمقدمات المطابقة للواقع الخارجي دون الاقتصار على الافكار الاولية ** والمسلمات للبرهنة على

هذه النظريات، وبالعودة الى الفيلسوف الالماني كانط السالف الذكر *Kant* (1724-1804) فقد ايد رأي اقليدس في الحدس المكاني (*special intuition*) والذي يعتبره ذاتيا وان المعرفة بالعالم الخارجي ذاتية ايضا وكل الرياضيات عند كانط شيئا ذاتيا(31)، ومن صور الحدس الحدس الزمني (مصدر الحساب) والحدس المكاني (مصدر الهندسة)، وان الدراسات التجريبية يجب ان تكون ذات حدس زمني ومكاني، الامر الذي يجعل الرياضيات حسب رأي كانط منطبقة على التجربة (32)، ان تأويل ذلك لابد من مطابقة النظريات الرياضية والاشكال الهندسية للواقع، لذل يرى كانط ان التفكير الرياضي ليس صوريا بالمعنى الدقيق كونه يستخدم الحدوس الزمانية والمكانية (33) فالاحكام الرياضية هي قبلية تركيبية كونها تطابق العالم الخارجي مثل الهندسة الاقليدية، حيث ان قولنا 180 درجة تساوي قائمتان (حدس مكاني) ويمكن التأكد منها تجريبيا ايضا (34)، ان تجاوز عالم الدراية حسب رأي كانط يوقنا في التناقضات او بالنقيضين حول موضوع واحد، فليس من المعقول ارتداد العالم الى الوراء الى مالانهاية ابتداءا من نقطة الابتداء او امتداه في المكان الى مالانهاية، ان التسليم بهذا يعني وجود فراغ زمني حيث لايمكن التمييز بين لحظة واخرى وعدم وجود زمن او مكان وهذا لايمكن لان لايمكن التمييز بين نقطة واخرى وتحديد العلاقة بين هذه النقط وبالتالي لايمكن تصور المكان (35)، لقد وجهت انتقادات عدة لكانط منها لم يحاول تحسبب الرياضيات *arithmatization of mathematics*، او رد العمليات الرياضية للاعداد(36)، وعدم تمييزه بين الهندسة الرياضية والهندسة الفيزيائية (37)، الامر الذي اسس لظهور الهندسة اللااقليدية (*non-euclidian*)، حيث شهد القرن التاسع عشر

تطور الرياضيات بصفة عامة وعلم الجبر وتحسين الرياضيات بتحويلها الى نظريات عددية بصفة خاصة.

المحور الثاني: الجانب التطبيقي للبحث (نماذج رياضية مختارة)
 يناقش هذا المحور من البحث نماذج رياضية اعدها الباحث كنماذج تصلح للتطبيق الاقتصادي العملي ومعرفة حقيقة الوحدات الاقتصادية المختلفة هل هي في حالة تطور او سكون وقياس معدلات النمو الاقتصادي فيها ودرجة استجابتها للتغير الحاصل في المتغيرات الاقتصادية المحيطة وكذلك دراسة وضع المرونات كمرونة الاحلال او الدخل او الطلب فيها والعلاقة التي تربط هذه المرونات وغيرها ,ومن هذه النماذج نذكر :

1- نموذج هارود (Harroud Model) (38)

يبدأ تنظيم هارود على دوال الادخار والاستثمار في اطار التحليل الاقتصادي الحركي كما يلي:

$$St = \alpha Yt = It + \text{¥} It \dots \dots \dots (1)$$

$$It = b(Yt+1 - Yt) \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{¥} It = \mu Yt + i \dots \dots \dots (3)$$

$$\alpha Yt = bYt+1 - bYt + \mu Yt + i \dots \dots \dots (4)$$

$$Yt+1 = \alpha/b Yt + Yt - \mu/b Yt - i/b \dots \dots \dots (5)$$

$$Yt+1 = Yt(1 + \alpha - \mu/b) - i/b \dots \dots \dots (6)$$

$$Yt+1 - Yt(1 + \alpha - \mu/b) = -i/b \dots \dots \dots (7)$$

تحل المعادلة الاخيرة كذا يلي:

$$Yt+1 - Yt(1 + \alpha - \mu/b) = 0 \dots \dots \dots (8)$$

$$Y_{t+1} = Y_t(1 + \alpha - \mu/b) \dots \dots \dots (9)$$

يمكن كتابة المعادلة كما يلي:

$$Y_{t+1} = (Y_0)_t (1 + \alpha - \mu/b) \dots \dots \dots (10)$$

وهذا هو الحل التكميلي للنموذج اما الحل الخاص فهو يجعل:

$$Y_{t+1} = Y_t = k \text{ وبالتعويض}$$

$$K - k (1 + \alpha - \mu/b) = -i/b \dots \dots \dots (11)$$

$$k[1 - (1 + \alpha - \mu/b)] = -i/b \dots \dots \dots (12)$$

$$k = i / (\alpha - \mu) \dots \dots \dots (13)$$

$$Y_t = (Y_0)_t (1 + \alpha - \mu/b) + i / (\alpha - \mu) \dots \dots \dots (14)$$

الملاحظات:

يكسب هذا النموذج اهميته في النظرية الاقتصادية وذلك بدراسة التوازن بين الاستثمار (I_t) مع الادخار (S_t) وذلك في اطار التحليل الاقتصادي الديناميكي , حيث يعتمد الادخار على الدخل (Y_t) بما يتناسب والميل الحدي للادخار ($1/s$) , بينما يعتمد الاستثمار على تغيرات الدخل بما يتناسب ومعامل راس المال الى الناتج , وبالتالي يمكن معرفة مستويات الدخل في أي فترة زمنية عندما الدخل الابتدائي (y_0) , كذلك يفيد هذا النموذج في معرفة جدوى الادخارات الموجه صوب الاستثمار وبالتالي تعزيز النمو الاقتصادي .

2- نموذج دومار (39) (*Domar Model*)

يبدأ تنظير دومار بان تغير الاستثمار يقود الى تغيرات في الدخل , وكذلك ان الطاقة الانتاجية في عموم الاقتصاد ستتغير ايضا في (اطار التحليل الاقتصادي الحركي غير المستمر) وبالتالي نصل الى حساب معدل النمو الاقتصادي المستمر , وكما يلي:

$$dY/dt = 1/s \, dI/dt \dots \dots \dots (15)$$

$$dq/dt = \alpha dk/dt = \alpha It \dots \dots \dots (16)$$

$$dY/dt = dq/dt \dots \dots \dots (17)$$

$$1/s dl/dt = \alpha It \dots \dots \dots (18)$$

بضرب طرفي العلاقة في:

$$dts / It$$

$$dl . 1/l = \alpha Sdt$$

وبأخذ تكامل الطرفين ينتج :

$$Ln l = \alpha st$$

أي ان:

$$l = Ae^{\alpha sr}$$

حيث ان:

$$As = r$$

اذن:

$$l = Aert$$

وبأخذ المشتقة الاولى للمعادلة السابقة :

$$dl/dt = rAert$$

وبما ان:

$$dq/dt = \alpha It$$

وبقسمة المعادلة الاولى على الثانية:

$$dY/dt / dq/dt = r/\alpha s$$

فاذا كان:

$$(Excess demand) \quad : \quad r > 1$$

$$(Excess supply) \quad r < 1$$

$$(equilibrium) \quad r = 1$$

$$(Razor s Edge) \quad or$$

الملاحظات:

يعتبر نموذج دومار من النماذج الرائدة كسابقه في التنمية الاقتصادية ودراسة تغيرات الدخل والانتاج والعوامل المحددة لهما مع الزمن ,فهو نموذج حركي ترتبط متغيراته بنقاط زمنية مختلفة ترتبط بالماضي او المستقبل ,وفي هذا السياق او النمط من النماذج لابد من التمييز من الناحية الواقعية بين التوازن الحركي والتي تعد المتغيرات التي تحقق التوازن فيه بانها غير متخلفة زمنيا ,وحالات عدم التوازن والتي تكون هذه المتغيرات تكون متخلفة زمنيا او يحل بعضها مكان البعض الاخر في حالات توازنية اخرى ,وكذلك لابد من التمييز في هذا الصدد بين التوازن الحركي المقارن وحالات الاستقرار ,حيث ان التوازن الحركي المقارن توجد حالات توازنية عديدة يمكن المقارنة بينها مثل مقارنة معدلات النمو الاقتصادي المختلفة استادا الى اختلاف قيم ثوابت النموذج (قيم الميل للدخار مثلا) مقارنة بالنوع الثاني من التحليل يعتبر هذا النموذج ايضا من النماذج المهمة في التحليل الرياضي والتوازن الديناميكي .اذ درس دومار تغير الدخل المعتمد على تغير الاستثمار بما يتناسب والميل الحدي للدخار علما ان تغير الاستثمار ايضا تؤدي الى خلق اضافات على التراكم الرأسمالي ,وتتغير الطاقة الانتاجية في الاقتصاد ,علما ان انخفاض المدخرات يقود الى انخفاض معدل النمو الاقتصادي (G) ,حيث ان هناك تشابه كبير بين تحليل هارود ودومار .

3-نموذج سولو (Solow Model) (40)

بدأ سولو دراسته على دالة الانتاج المقيدة ($CRTS$) كنسبة الى عنصر العمل مثلا الانتاج لكل عامل او الاستهلاك لكل عامل او التراكم الرأسمالي لكل عامل أي (to each worker) ,و

يعد نمو سولو من النماذج الرائدة ايضا في النمو الاقتصادي ودراسة تغيرات الاستثمار والاندثار للاصول الثابتة على التراكم الرأسمالي (*capital accumulation*) , وكذلك درس سولو اثر نمو القوى العاملة والتقدم التكنولوجي على مستوى التراكم الرأسمالي , مبينا حال هذا التراكم والاستهلاك والدخل و انتاجية رأس المال , وكنقطة بدأ افترض سولو ان دالة اللانتاج المقيدة الاتية:

$$Y=LK.....(19)$$

وان تغير المدخلات بمقدار معين يؤدي الى تغير مماثل في المخرجات أي ان: .

$$Zy= f(ZI, Zk).....(20)$$

$$\text{Let } z=1/L$$

$$1/L Y= f(L/L, K/L)$$

$$Y/L= f(1, K/L)$$

$$Y= f(k/l) \quad Y/L=Y$$

$$Y= f(k).....(21)$$

وهذا يعني ان الدخل دالة في خزين رأس المال , وان الدخل هو يمثل الدخل لكل عامل ورأس المال هو رأس المال لكل عامل ايضا

$$Y=i+c$$

$$i=Y-C$$

$$C=(1-s)Y$$

$$I=Y-(1-s)Y=Y-Y-Sy=sY$$

$$I=sY.....(22)$$

معنى ذلك ان الاستثمار يساوي الادخار كنسبة من الدخل .

$$Y=f(k)$$

$$I=sf(K).....(23)$$

معنى ذلك ان الاستثمار يمول عن طريق المدخرات ويعمل على خلق اضافات على رأس المال الثابت.

ان جزء من رأس المال الثابت يفقد كاندثار (uK) الامر الذي يقلل من قيمة الموجود الثابت، وان هذا الاندثار هو كنسبة من رأس المال أي ان الاندثار :

$$Depreciation = \mu K$$

وان التغير في رأس المال يساوي الاستثمار مطروح منه اندثار رأس المال أي:

$$\alpha k = i - \mu K \dots \dots \dots (24)$$

او بعبارة اخرى ان:

$$\alpha k = sf(k) - \mu K \dots \dots \dots (25)$$

وعندما يصبح تغير رأس المال مساويا للصفر يكون :

$$sf(k) = \mu K \dots \dots \dots (26)$$

أي ان :

$$s/\mu = K/f(k) \dots \dots \dots (27)$$

وباخذ المشتقة الاولى للمعادلة السابقة (25) نحصل على ان:

$$MPk = \mu \dots \dots \dots (28)$$

أي ان الانتاجية الحدية للمكائن (MPk) تكون مساوية للاندثار .

وبين سولو اثر نمو القوى العاملة على النموذج فاذا رمزنا الى نمو الايدي العاملة بالرمز

فان المعادلة تصبح n :

$$\alpha k = sf(k) - \mu K - nK \dots \dots \dots (29)$$

حيث ان رأس المال هو لكل عامل كما اشرنا سابقا, وعندما يصبح تغير رأس المال يساوي صفر فان:

$$sf(k) = \mu K + nK \dots \dots \dots (30)$$

$$sf(k) = (\mu + n)K \dots \dots \dots (31)$$

وبأخذ المشتقة الاولى للمعادلة تكون:

$$MPk = (\mu + n) \dots \dots \dots (32)$$

ولدراسة اثر التقدم التكنولوجي على النموذج والذي يبين تطور نوعية العاملين باجراء التدريب والتأهيل :

$$\alpha k = sf(k) - \mu K - nK - gK \dots \dots \dots (33)$$

g : developing in workers

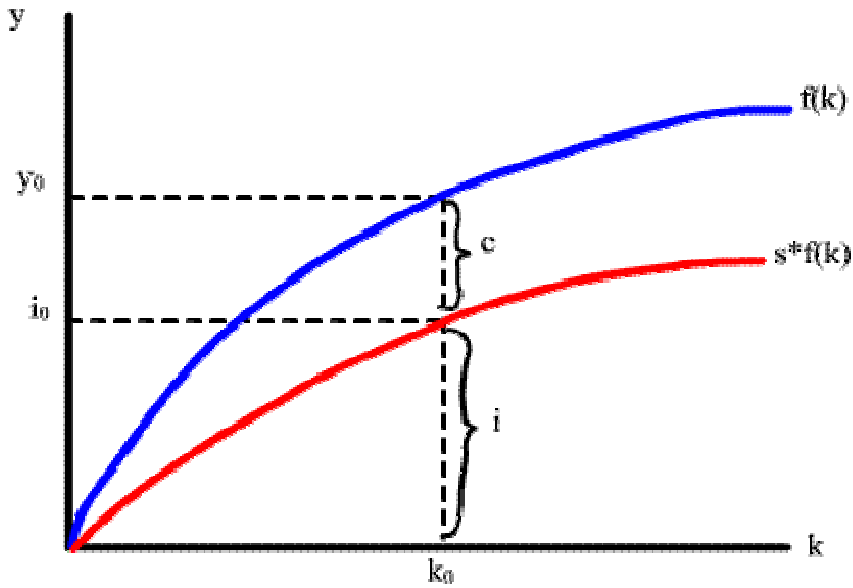
وبجعل التغير في رأس المال مساويا للصفر :

$$sf(k) = \mu K + nK + gK \dots \dots \dots (34)$$

وبأخذ المشتقة الاولى للمعادلة تكون:

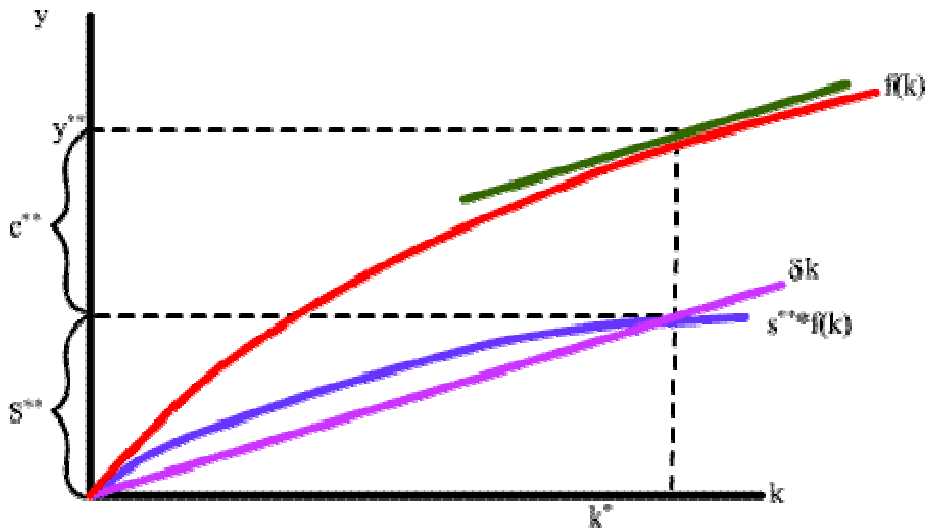
$$MPk = \mu + n + g \dots \dots \dots (35)$$

شكل بياني (1): اثر الاستثمار على النموذج (الاستثمار يساوي الادخار ونسبة من الدخل)



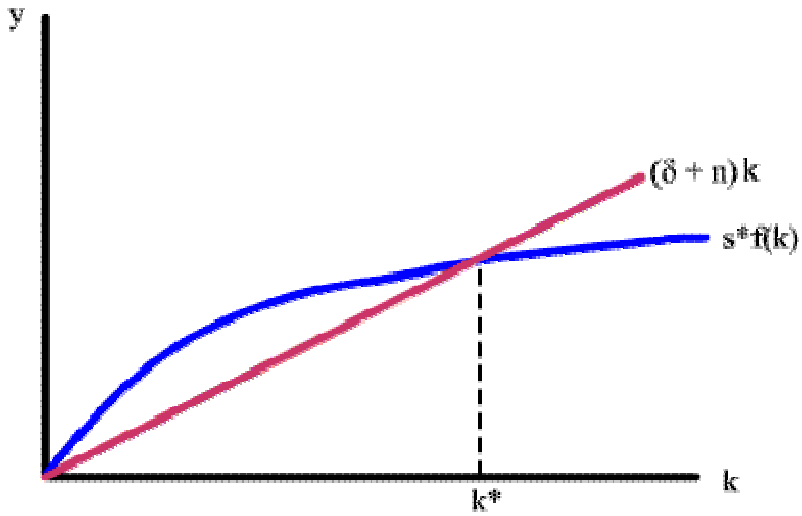
Source: Solow, Robert M. (1956). "A Contribution to the Theory of Economic Growth". Quarterly Journal of Economics (The MIT Press) 70 (1): 65–94.

شكل بياني (2): اثر الاندثار والاستثمار على النموذج



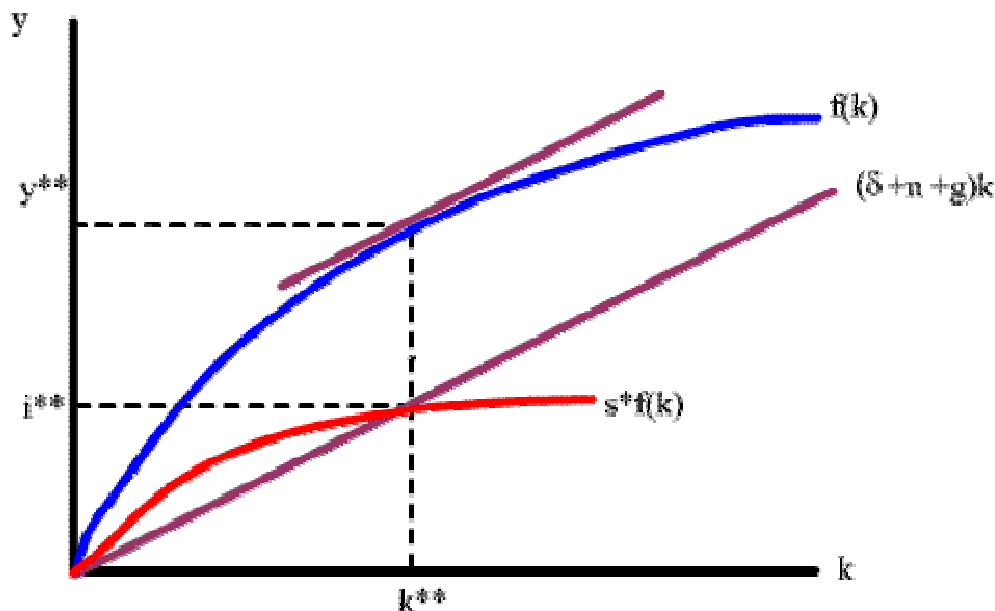
المصدر: نفسه اسفل شكل بياني (1)

شكل بياني (3) : اثر الاندثار ومعدل نمو قوة العمل على النموذج



المصدر: نفسه اسفل شكل بياني (1)

شكل بياني (4) : اثر الاندثار ومعدل نمو قوة العمل والمهارة على النموذج



لمصدر: نفسه اسفل شكل بياني (1)

الملاحظات:

يوضح هذا النموذج بان الاستثمار يعتمد على الدخل بما يتناسب ومعدل الادخار الذي يكون محصورا بين الصفر والواحد الصحيح, وان الدخل هو دالة في التراكم الرأسمالي في الاقتصاد, وعليه فان الاستثمار يتأثر ايضا بتغيرات التراكم الرأسمالي ومعدل الادخار ويعمل على خلق اضافات على التراكم الرأسمالي الذي يتأثر بالاندثار للمكائن والالات الذي يكون بشكل نسبة من رأس المال, ويكون الاستثمار مساويا لنسبة الاندثار عندما يصبح التغير في التكوين الرأسمالي مساويا للصفر (عندما يتساوي التراكم الرأسمالي التوازني مع التراكم الرأسمالي الفعلي), او ان انتاجية الماكنة تساوي اندثارها (حسب قانون Golden), كذلك تم دراسة اثر نمو

قوة العمل على التراكم الرأسمالي والتقدم التكنولوجي المتمثل بزيادة مهارة عنصر العمل ,حيث ان التراكم الرأسمالي يتأثر مع مرور الزمن بتغير التراكم الرأسمالي نفسه (الاندثار)وتغير عنصر العمل(نمو قوة العمل) والتقدم التكنولوجي المتمثل بمهارة العاملين ,وعليه واستنادا الى فان انتاجية الماكنة تساوي الاندثار مضافا اليه معدل نمو العمالة ومعدل نمو المهارة .*Golden*.

4- نموذج نسيج العنكبوت (41) (*coweb Model*)

يختص هذا النموذج بدراسة دالة العرض المتخلفة زمنيا عن دالة الطلب وتأثيرات ذلك اقتصاديا وكما يلي:

$$Q_s = -\alpha_1 + b_1 P \dots \dots \dots (Sf)$$

$$Q_d = \alpha_2 - b_2 P \dots \dots \dots (Df)$$

وبمساواة المعادتين وتنظيمها بجعل الحد الثابت يساوي صفر نحصل:

$$P_t = (-b_2/b_1)P_{t-1} \dots \dots \dots (36)$$

يمكن كتابته :

$$P_t = (-b_2/b_1)^t . P_0 \dots \dots \dots (37)$$

ان هذه المعادلة تمثل الحل التكميلي وهو حلا غير مستقر يمكن التنبؤ بالسعر بمجرد معرفة الفترة الزمنية والسعر الابتدائي ,اما الحل الخاص فهو السعر التوازني للنموذج بدون فترة تأخير او تباطأ زمني لدالة العرض أي ان :

$$P^* = \alpha_1 + \alpha_2 / b_1 + b_2 \dots \dots \dots (38)$$

والحل العام هو بجمع الحل الخاص مع التكميلي ,وعليه فان حالات النموذج هي:

$B_2/b_1 > 1$	(<i>Divergency</i>)
$B_2/b_1 < 1$	(<i>Convergency</i>)
$B_2/b_1 = 1$	(<i>Un form</i>)

الملاحظات:

يدخل هذا النموذج تحت مظلة التحليل الاقتصادي الحركي غير المستمر وبالاخص دراسة المعادلات ذات الفرق الزمني (معادلات الفروق من الدرجة الاولى), ويعد نموذج نسيج العنكبوت من النماذج الديناميكية التي تدرس التغيرات التي تطرأ على المتغيرات الاقتصادية بمرور الزمن, ويصف بالتحديد العلاقة بين العرض والطلب والسعر على امتداد فترة زمنية معينة, ويفسر الدورات الاقتصادية ويتنبؤ بها مبينا عرض المنتجات الزراعية والصناعية وتخلفها زمنيا عن دوال طلبها بمقدار سنة واحدة, الامر الذي يخلق تفاوتاً بين دوال العرض والطلب, والواقع ان التقلبات او التآرجحات للعرض والسعر حول التوازن يكون اما بشكل تباعدي (*divergency*) او تقاربي (*convergency*), ففي الحالة الاولى يكون ميل دالة العرض اكبر من ميل دالة الطلب, فيما يحصل العكس في الحالة الثانية اما حالة الاستقرار فتحصل بمساواة ميل العرض (تغيرات منتظمة) (*uniform*)

5- نموذج سلاتسكي (*sluctsky Model*)

يرى بعض الاقتصاديين ان نموذج سلاتسكي يربط بين معادلة الطلب المارشالية (*Marshall equation*) وبين معادلة الطلب لهكس (*Hickian*), وان تغيرات الطلب تعود الى تغير الاسعار وهذا بدوره ناتج عن اثريين هما: اثر الدخل (*income effect*) واثر الاحلال (*substitute ion effect*), وان الاثر الاول يفسر بان تغير الاسعار يأنثر في القوة الشرائية للأفراد, بينما الاثر الثاني يؤول لتغير معدل التبادل بين السلعتين, ويمكن توضيح ذلك رياضياً كما يلي (42):

$$dX_i(P,W) / dP_j = d h_i(P,U) / dP_j - dX_i(P,W) / dW \cdot X_j(P,W) \dots \dots \dots (39)$$

حيث ان:

$:h(p,u)$	<i>Hickian demand</i>
<i>Marshal demand</i>	$:X(p,w)$
	<i>Prices</i> : p
	<i>Wealth</i> : w
	<i>Utility</i> : u

ان المقطع الاول من المعادلة يمثل اثر الاحلال والثاني اثر الدخل , ان المعادلة السابقة يمكن كتابتها بصورة اخرى هي:

$$DPX(P,w) = Dph(P,U) - DWX(P,W) \cdot (P,W) \dots \dots \dots (40)$$

حيث تشير:

<i>Derivative of price</i>	$:Dp$
<i>Dervative of wealth</i>	$:Dw$

ولكيفية الاستفادة من نموذج سلاتسكي (*sluctsky Model*) في الاقتصاد دعنا نفترض ان المنفعة (u) هي دالة صريحة في كميتين من السلع الضرورية وهي ($q1$) و ($q2$) أي ان:

$$U=f(q1, q2) \dots \dots \dots (41)$$

وان معادلة الدخل هي:

$$Y=p1q1+p2q2$$

وللحصول على اعلى منفعة ممكنة يمكن الاستعانة بمعامل لاجرنج لربط دالتي المنفعة والدخل وكما يلي:

$$U=f(q1,q2)+\alpha(Y-p1q1-p2q2) \dots \dots \dots (42)$$

ان تغير منفعة كل من السلعتين يعتمد على تغير اسعارهما وان تغير المنفعة اجمالا يعتمد على الدخل يمكن محاكاة هذا التوجه رياضيا وكما يلي:

$$du/dq_1 = f_1 - \alpha p_1 = 0 \dots \dots \dots (43)$$

$$du/dq_2 = f_2 - \alpha p_2 = 0 \dots \dots \dots (44)$$

$$du/d\alpha = Y - p_1 q_1 - p_2 q_2 = 0 \dots \dots \dots (45)$$

أي ان:

$$F_1 = \alpha p_1 \dots \dots \dots (46)$$

$$F_2 = \alpha p_2 \dots \dots \dots (47)$$

ان تغير المنفعة (du) يعتمد على تغير سعري السلعتين وكمياتهما أي:

$$Du = f_1 dq_1 + f_2 dq_2 \dots \dots \dots (48)$$

$$Du = du/dq_1 dq_1 + du/dq_2 dq_2 \dots \dots \dots (49)$$

وبالتعويض عن (f_1) و (f_2) بما يساويهما نحصل:

$$Du = \alpha p_1 dq_1 + \alpha p_2 dq_2 \dots \dots \dots (50)$$

وان تغير الدخل (dy) يعتمد على تغير كميتي السلعتين أي ان :

$$dY = p_1 dq_1 + p_2 dq_2 \dots \dots \dots (51)$$

وبقسمة معادلة تغير دالة المنفعة على معادلة تغير الدخل نحصل:

$$Du/dY = \alpha$$

وبأخذ التفاضل الكلي للمشتقات الجزئية الاولى وترتيبها نحصل:

$$U_{11} dq_1 + U_{12} dq_2 - p_1 d\alpha = \alpha dp_1 \dots \dots \dots (52)$$

$$U_{21} dq_1 + U_{22} dq_2 - p_2 d\alpha = \alpha dp_2 \dots \dots \dots (53)$$

$$-p_1 dq_1 - p_2 dq_2 = -dY + q_1 dq_1 + q_2 dq_2 \dots \dots \dots (54)$$

وبتكوين مصفوفة المرافقات وتطبيق قانون كرامر تكون:

$$dq/dp_1 = D_{11} \alpha dp_1 / D + q_1 D_{31} / D$$

$$dq_1/dy = -D_{31} / D$$

حيث ان :

المصفوفة الناتجة بعد حذف الصف الاول والعمود الاول D_{11} :

المصفوفة الناتجة من حذف الصف الثالث والعمود الاول D_{31} :

تمثل مرونة الطلب السعرية P_1, q_1, dq_1, dp_1 :

تمثل المرونة الداخلية Dq_1, dy, y, q_1 :

تمثل مرونة الاحلال Dq_1, dp_2, p_2, q_1 :

وعليه فان:

مرونة الطلب السعرية= مرونة الاحلال ناقصا مرونة الدخل مضروبة في كمية السلع الاولى في سعرها مقسومة على الدخل.

$$Ed=Es-Eyp1q1/y$$

الملاحظات:

يكسب هذا النموذج اهميته من توضيحه لفكرة الاحلال (*Substitution*) في الاقتصاد موضحا اثرها السلبي مقارنة باثر الدخل الموجب, اذ ان ارتفاع الاسعار يدفع بالمنتجين والمستهلكين الى الاحلال فتتغير الميول الحدية في الدوال الاقتصادية من جراء ذلك, ان هذا التغيير يسمى (*convert*) , حيث ان انتاجية عناصر الانتاج او الانتاجية الحدية تتغير جراء ارتفاع الاسعار ومعدل الاحلال الفني التكنيكي (*MRTS*) يتغير هو الاخر, ان الانتاجية الحدية المرتفعة يمكن ان تعوض التقليل من كمية العنصر الانتاجي ذو السعر المرتفع, وبالتالي فان الانتاجية الحدية او المنفعة الحدية للعنصرين (او السلعتين) اللذين يجري بينهما الاحلال تتغير بالارتفاع او الانخفاض, وتتغير المرونات السعرية او الدخلية او المتقاطعة ايضا.

6- معادلة برنولي : (*Bernoulli equation*) (43)

تعريف معادلة برنولي : هي معادلة تفاضلية عادية من المرتبة الأولى وتكتب على الشكل "*Bernoulli dE*" .

$$y' + a(x)y = r(x).y^m \quad : m \in R \setminus \{0, 1\} \quad \dots\dots\dots (55)$$

والفكرة الاساسية لحلها تكمن بتحويلها الى معادلة تفاضلية خطية من المرتبة الأولى..

$$y' + a(x)y = r(x)y^m \quad : m \notin \{0, 1\} \Rightarrow \text{و يتم ذلك}$$

$$y^{-m}.y' + a(x)y^{1-m} = r(x) \quad \text{من خلال}$$

الأتي..

$$\dots\dots\dots(56)$$

$$\dots\dots\dots(57)$$

نقوم بالتحويلي الأتي : $u = y^{1-m}$ فينتج لدينا

$$u' = (1 - m)y^{-m}y' \Leftrightarrow \text{وبالتعويض بالمعادلة السابقة ينتج لدينا المعادلة}$$

الخطية التالية:

$$u' + \overbrace{(1 - m).a(x)}^{p(x)}.u = \overbrace{(1 - m).r(x)}^{q(x)}$$

الملاحظات:

توجد في الحياة اليومية تطبيقات لمعادلة برنولي مثل

اقلاع الطائرات ودوران الكرة في الفضاء اثناء رميها

خروج دخان السكائر من داخل السيارة نحو الخارج وعمل المضخات الميكانيكية

والاجهزة الطاردة مثل *Ejector* وهو عبارة عن *Nozzle* يمر فيه الهواء

بسرعة تزداد في نهايته بسرعة عالية, اذ تخضع هذه المواضيع للقوانين الهندسية

ذات العلاقة بمعادلة برنولي مثل ان:

الضغط الكلي P_t يساوي الضغط الديناميكي $P_v/2$ والضغط الساكن P_s :

$$P_t = P_s + P_v/2 \dots \dots \dots (58)$$

وان الضغط الديناميكي = نصف الكتلة p في مربع السرعة V , وفحوى هذه القاعدة ان ضغط السوائل يقل بزيادة سرعته افقيا ويصل الى حالة دنيا اذا ازدادت سرعته الى حد كبير .

الاستنتاجات: *conclutions*

لابد للباحث من تسجيل الاستنتاجات الآتية:

1- توجد ايجابيات لمادة الاقتصاد الرياضي تفيد في التحليل الرياضي للمشاكل الاقتصادية رغم وجود نوع من الصعوبة في اخضاع الاقتصاد لهذا النوع من

التحليل, لكن لا تخلو هذه المادة من السلبيات رغم ايجابياتها.

2-ظهر التحليل الرياضي جليا من قبل المدرسة الحدية (*Marginal school*) والتي اهتمت بدراسة المفهوم الحدي من قبل روادها امثال كارل مانج وجيفوس وفالراس وغيرهم , وهذا لايعني عدم وجود بوادر للتحليل الرياضي من باقي المدارس الفكرية,والتي تباينت ايضا في طريقة البحث والتحليل الاقتصادي الاستنتاجي والاستقرائي.

3- ان التحليل الرياضي والرياضيات كانا موجودين فهما يعدان اكتشافا وليس اختراع وهذا ماكدته نظريات الفلسفة والمنطق مثل الفلسفة الوضعية لديكارت, اذ ان البيئة الرياضية واصول وقواعد الرياضيات كانت قائمة بالماضي, وان الاقتصاد الرياضي والتحليل الرياضي يدخل في الطرائق التقنية والتطبيق الاقتصادي

4- ان الحيز العملي والتطبيقي للاقتصاد الرياضي يكمن في بناء النماذج الرياضية والتي تعالج قضايا اقتصادية مختلفة مثل نموذج هارود دومار في النمو الاقتصادي واهمية المدخرات الموجه صوب الاستثمار ونموذج سولو على دالة الانتاج المقيدة ودراسة التراكم الرأسمالي كنسبة لكل عامل والعوامل المؤثرة فيه من اندثار ومعدل نمو قوة العمل والتقدم التكنولوجي ونموذج نسيج العنكبوت لبيان اثر تخلف دوال العرض عن الطلب ودراسة حالات الانفجار والتقارب في استقرار الانظمة الاقتصادية وقاعدة برنولي وتطبيقاتها الاقتصادية كهل تمثل الوجه العملي للاقتصاد الرياضي

التوصيات : *Recommendations*

يوصي الباحث بما يلي:

- 1- ضرورة اعتماد الرياضيات عامة والتحليل الرياضي خاصة في حل المشاكل الاقتصادية والاجتماعية و..... غيرها ضمن اطار البيئة الرياضية التي تملك ابعادا ايجابية كثيرة في خدمة التعليم والبيئة والمناهج الفكرية.
- 2- تفعيل المناهج الرياضية والدراسات الكمية في مجال الاقتصاد الرياضي باجراء البحوث والدراسات الاكاديمية في الجامعات ومراكز الابحاث العلمية ودراسة واقع اقتصادي معاش اوتحليل مشكلة اقتصادية قائمة.

المصادر المعتمدة:*

- (1) Chiang, Alpha C.; and Kevin Wainwright *Fundamental Methods of Mathematical Economics* (2005). McGraw-Hill Irwin. pp. 3–4
- (2) Adnan Najim al Deen and others ,*Mathematical Economics*,Baghdad,1996,p2
-Hussein Beket, *principles of Mathematical Economics*,Baghdad unversity,2000,p11.
- 3- Schumpeter, J.A. (Elizabeth B. Schumpeter. ed. *History of Economic Analysis*. New York, Oxford University Press. 1954). pp. 209–212.
- 4- the previous refrence p
- 5- Jevons, W. Stanley). *The Principles of Political Economy*,() (1871 pp. 4,
- 6- Dixon, Robert. "Walras Law and Macroeconomics". *Walras Law Guide*. Department of Economics, University of Melbourne., 2008.(p)
- 7- Cournot *Researches i nto the Mathematical Principles of Wealth* 1897
- 8- Nicholson, and others,"*General Equilibrium and Welfare*". *Intermediate Microeconomics and Its Applications* (10th ed.). (2007). pp. 364, 365.
- 9- (2) Adnan Najim al Deen and others ,*Mathematical Economics*,Baghdad,1996, (the previous refrence) p14.
- 10- Samelson, *foundations of Economic analysis*, (Harvard university)(USA,1947,p332.
- 11-^ Hotelling, Harold ("Note on Edgeworth's Taxation Phenomenon and Professor Garver's Additional Condition on Demand Functions". In Darnell, Adrian C.. *The Collected Economics Articles of Harold Hotelling*. Springer. (1990). pp. 94–122..
- 12- - Samelson, *foundations of Economic analysis*, (Harvard university)(USA,1947, (the previous refrence) p
- 13- von Neumann, John, and Oskar Morgenstern . *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press(1944).
- 14-Kuhn, H. W.; Tucker, A. W. "Nonlinear programming"..: University of California Press. (1951). pp. 481–492.

- (15,) Adnan Najim al Deen and others ,*Mathematical Economics*, Baghdad, 1996, p2
- 16): Chiang, Alpha C.; and Kevin Wainwright *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, (2005). (the previous refrence). pp. 3–4
- 17-^ Varian, Hal "What Use Is Economic Theory (1997). ?" in A. D'Autume and J. Cartelier, ed., *Is Economics Becoming a Hard Science?*, Edward Elgar. Pre-publication PDF. Retrieved 2008-04-01.
- 18- Bertsekas, Dimitri P.). *Nonlinear Programming (Second ed.)*. Cambridge, MA.: Athena Scientific. ISBN 1-886529-00-0. (1999
- 19-Paul A. Samuelson ("Economic Theory and Mathematics An Appraisal," *American Economic Review*, 42(2), 1952). pp. 56, 64-65
- Samelson, bases of Economic analysis, USA, 1947, p332.
- 20- Adnan Najim al Deen and others ,*Mathematical Economics*, Baghdad, 1996, p2(the previous refrence)
- (21,22,23) Dr.prof Adel Abdel kani mahboob, *Lectures in Econometrics, of phd students, year 1998, al mustansiriyah university ,Iraq*
- (24) د. ابراهيم علي جمول. الوضعية والوضعية المنطقية. موقع نيا الرأي. مايو 2008, (ايار)
- 25-[www.http://al ikill.com/vb](http://al ikill.com/vb)
- 26- the previous refrence.
- 27- (Dr.prof Adel Abdel kani mahboob, *Lectures in Econometrics, of phd students, year 1998, al mustansiriyah university ,Iraq*
- 28-19-Paul A. Samuelson "Economic Theory and Mathematics An Appraisal," *American Economic Review*, 42(2), (1952). pp. 56, 64-65 (previous refrence)
- (29) د. ابراهيم علي جمول. الوضعية والوضعية المنطقية. موقع نيا الرأي. مايو (ايار) 2008,
- (30) *Tishreen University Journal for Studies and Scientific Research- Arts and Humanities Science Series Vol (27) No (1) 2005*

- (31) الكسندر ماكوفليسكي: تاريخ علم المنطق، ترجمة نديم علاء الدين و ابراهيم فتحي، دار الفارابي، بيروت، <http://www.kfs-u.com/vb>، 1987
- (32) برتراند رسل: أصول الرياضيات، ترجمة محمد مرسي أحمد وأحمد فؤاد الأهـوانـي، ج1- ج4، دار المعـارف، القـاهـرة، 1964.
- (33) بول موي: المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة فؤاد حسن زكريا، مكتبة دار العروبة، الكويت، 1981.
- (34) رودولف كارناب: الأسس الفلسفية للفيزياء، ترجمة السيد نفاذي دار الثقافة الجديدة، القاهرة، 1990
35. زكي نجيب محمود: نحو فلسفة علمية، مكتبة الإنجلو المصرية، القاهرة، 1951.
37. عمانوئيل كانط: نقد العقل المحض، ترجمة موسى وهبة، مركز الإنماء العربي، لبنان، .
- 36 فايز فوق العادة: منعطف الرياضيات الكبير، منشورات وزارة الثقافة، دمشق، 1987.
- (37) كريم متى: المنطق الرياضي، مؤسسة الرسالة، بيروت، . 1979
- (38) Harrod, R. F. 1948. *Toward a Dynamic Economics: Some Recent Developments of Economic Theory and Their Application to Policy* (London: Macmillan)
- Hoshir Maroof ,Lectures in mathematical Economics,of phd students,year 1998,al mustansiriyah university ,Iraq
- (39) Domar, E. 1946. *Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment. Econometrica, 14 (Apr.): 137-47*
- Hoshir maroof, Lectures in mathematical Economics,of phd students,year 1998,al mustansiriyah university ,Iraq(previous refrence)
- (40) Solow, Robert M" A Contribution to the Theory of Economic Growth". *Quarterly Journal of Economics.* (1956 ,65–94.

(41) *W. Nicholson, Microeconomic Theory, 7th ed., Ch. 17, pp. 524–538. Press:*

About cob web model look also:

-N. Kaldor, 'The Cobweb Theorem', Quarterly Journal of Economics, Vol. 52, No. 2 (February, 1938), pp. 255–280.

-N. Kaldor, 'A Classificatory Note on the Determination of Equilibrium', Review of Economic Studies, vol I (February, 1934), 122-36. (See especially pages 133-135.)

-M. Nerlove, 'Adaptive Expectations and Cobweb Phenomena', Quarterly Journal of Economics, vol. lxxii (1958), 227-40.

(42)Nicholson, W.. Microeconomic Theory. 10th edn. Mason, Ohio. Thomson Higher Education. 2005

-Varian, H. Microeconomic Analysis. 3d edn. New York, N.Y. W.W Norton & Company, Inc1992.

43-<http://www.mousou3.aeducdz.com>

يعتذر الباحث عن كتابة المصدر احيانا بصورته الكاملة لعدم الحصول
على المعلومات *

الملخص باللغة العربية:

ان الهدف من كتابة هذا البحث هو اجراء تقييم نقدي لمادة الاقتصاد الرياضي كمنهج واداة للتحليل الاقتصادي موضحا اهمية وسلبيات وايجابيات هذه المادة العلمية ,مبيننا اراء المدارس الاقتصادية المختلفة حيال الاقتصاد الرياضي او التحليل الرياضي ,خصوصا وان العصر الحديث شهد تطور كبير في مجال الرياضيات ,اذ لوحظ تطور التحليل الرياضي بصورة واضحة من قبل المدرسة الحديثة والمنهج الحدي مقارنة بباقي مدارس الفكر الاقتصادي,علما ان المنهجية الاستقرائية او التجريبية والاستنباطية التجريدية تتاوب استعمالهما مع تطور هذه المدارس الفكرية ,اذ دخل الاسلوب الرياضي في دراسات الاقتصاد الجزئي والكلي, وان الرياضيات ومنها الاقتصاد الرياضي ارتبطت منذ القدم بالفلسفة والمنطق ,أي فلسفة الرياضيات مثل الفلسفة الوضعية لديكارت وفلسفة (*kant*) ,والديالكتيكية الماركسية وغيرها وتم تطويعها تدريجيا لحل مشاكل التنمية الاقتصادية والاجتماعية وغيرها وخدمة برامج التطور والنمو وذلك باعتماد نماذج رياضية مثل نموذج هارود ودوماروسلاتسكي وغيرها والتي تم توضيحها في الجانب العملي للبحث.

Abstract:

The purpose behind the writing of this research is to conduct a critical assessment of the substance of the mathematical Economics as a method of economic analysis, explaining Ahmbp and negatives and the positives of this article, to clarify the views of schools of economic over mathematical economics or mathematical analysis, especially since the modern era has witnessed a major development in the field of mathematics, it has been observed the development of mathematical analysis clearly by the school boundary and the approach marginal compared to other schools of economic thought, and mathematics, including mathematical economics associated since ancient philosophy and logic, has been adapted to solve problems of economic development, social and other service programs Alttorwalnmo the adoption of mathematical models such as model Harwood and Dumaroslatsky and others that have been clarified the practical side of research.