تقدير معالم عملية شبه التجديد لتوزيع ويبل للفشل

أ.م.د عماد حازم عبودي*   الباحث فراس صدام عبد**

المستخلص :

تعتبر عملية بناء نموذج عملية شبه التجديد أداة مهمة جداً لدراسة حالة الأنظمة القابلة للإصلاح في مشاكل الصيانة ،وقد استخدم هذا النموذج في العديد من الحالات منها مثلاً تحديد سياسة الاستبدال المثلى ، وكذلك سياسة الفحص والتصليح الأمثل للأنظمة الإنتاجية وكذلك تحليل البيانات ذات الاتجاه .

يتناول البحث هنا تقدير معلمات عملية شبه التجديد(Quasi-Renewal Process) تحت افتراض أن T_1 يتوزع توزيع ويبل للفشل (weibull Failure Distribution).

أن معلمات عملية شبه التجديد لتوزيع ويبل هي μ, σ^2, a حيث أن الـ μ والـσ^2 تمثل الوسط الحسابي والتباين لتوزيع أول وقت فشل T_1 والمعلمة a هي نسبة العملية شبه التجديد، وعليه تم في هذا البحث أيجاد تقدير للمعلمة (a) بطريقة الإمكان الأعظم التكرارية وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وقد نفذت تجربة المحاكاة للمقارنة بين الطريقتين.

Abstract

Quasi-Renewal process modeling is a useful tool to study repairable deteriorating systems in maintenance problems. This model has been used in a variety of situations such as the determination of the optimal replacement policy and the optimal inspection-repair replacement policy for standby systems, and the analysis of data with trend

In this article, Under the assumption that T_1 follows a Weibull Failure distribution, The estimation parameters problem for the Quasi-Renewal process is studied.

The parameters $a, \mu \& \sigma^2$ where μ and σ^2 are respectively ,and Parameter (a) is the ratio of the Quasi-Renewal Process which estimated by Maximum likelihood method and Ordinary Least square , Simulation results are presented to compare between two methods.

1- المقدمة (Introduction)

في الدراسات والبحوث الاولية عن مشاكل ومسائل الصيانة تركزت نماذج التصليح والاستبدال على افتراض انه عند فشل النظام وبعد الفحص والتصليح يصبح جيد كالجديد "as good as new" مع العلم أن وقت التصليح وقت قصير ممكن إهماله،هذه العمليات التصليح التام المتعاقبة تسمى بعملية التجديد (Renewal Process) وتصنف تلك النماذج بنماذج التصليح التام (Perfect Repairable Model) ،وبالرغم من ذلك فان الأمر مختلف بالنسبة للأنظمة التي يتم تصليحها أو صيانتها حيث تعود إلى الحالة السيئة كالرديء (as bad as old) لذلك قام الباحث (Lam) بإدخال عملية منتظمة خاصة (Monotone process) سميت (Quasi-Renewal Process) هذه العملية طبقت على نماذج

* جامعة بغداد – كلية الإدارة والاقتصاد
** جامعة بغداد – كلية الإدارة والاقتصاد

الاستبدال التي فيها أوقات تشغيل النظام تشكل عملية شبة التجديد غير متزايدة وان أوقات التصليح المتعاقبة للنظام تكون عملية شبة التجديد غير متناقصة .

2- هدف البحث(Purpose of Study)

أن هدف البحث هو أجراء مقارنة بين طريقة الإمكان الأعظم التكرارية وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وذلك للحصول على أفضل طريقة في تقدير معلمة عملية شبه التجديد المعلمة (a).

3- الجانب النظري:

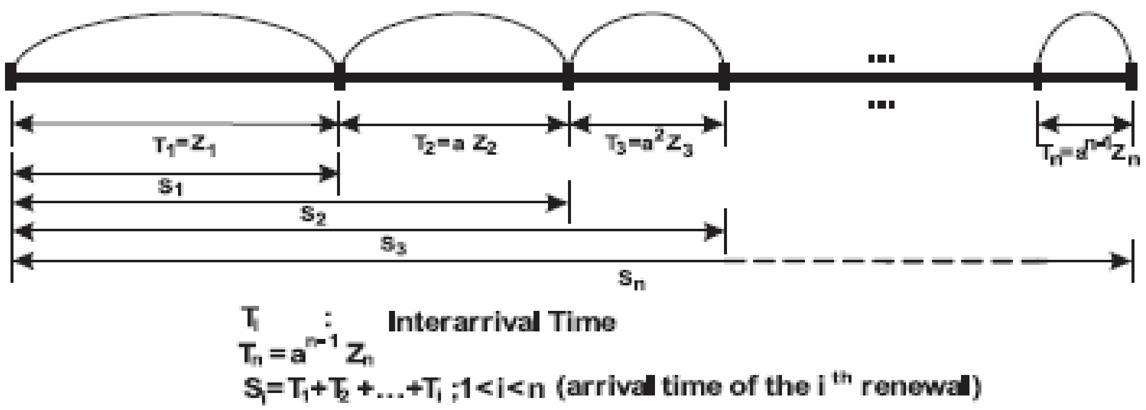
3-1 تعريف عملية شبة التجديد:

(Definition of Quasi – Renewal Process):

عرف الباحثان [Wang & Pham 1996b] عملية شبة التجديد على أنها سلسلة من المتغيرات العشوائية الموجبة $\{T_1,T_2,T_3,\ldots,T_n\}$، فان عملية العد التصادفية $\{N(t);t>0\}$ تسمى عملية شبة التجديد بالمعلمة a وان أول وقت وصول بيني هو T_1 (The First Inter- arrival Time) إذا كان :

$$
\begin{aligned}
T_1 &= X_1, \\
T_2 &= aX_2, \\
T_3 &= a^2X_3, \\
&\vdots \\
T_n &= a^{n-1}X_n \qquad ; X_i \approx i.i.d
\end{aligned}
$$

وان حدود المعلمة a ، $0 < a \le 1$ ويمكن اعتبار المعلمة a بأنها عامل كفاءة نشاط أعمال الصيانة التصحيحية، (The Corrective Maintenance actions efficiency factor) ، فعندما $a = 1$ فان عملية شبه التجديد تصبح عملية تجديد اعتيادية (The Ordinary Renewal process) وعند $a > 1$ نلاحظ تزايد عملية شبه التجديد (Increasing Quasi– Renewal process) وعند $0 < a < 1$ فان عملية شبه التجديد تأخذ بالتناقص (Decreasing Quasi – Renewal process) ، والشكل رقم (1) يوضح نموذج عملية شبة التجديد .



أن الدالة التوزيعية التراكمية (Distribution Function) للعملية التصادفية شبه التجديد $\{T_n\}$ تكون بالصيغة الآتية :

$$F_{T_i}(t) = F_{T_1}\left(\frac{1}{a^{i-1}}t\right) \qquad \forall\, i = 1,2,3,\ldots \qquad (1)$$

وعلية فان دالة الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function) للعملية التصادفية شبه التجديد { T_i } تكون بالشكل الأتي :

$$f_i(t) = \frac{1}{a^{i-1}} f\left(\frac{t}{a^{i-1}}\right) \qquad (2)$$

إذ أن $\left(\frac{t}{a^{i-1}}\right)$ تمثل عملية تجديد RP ، وهي متتابعة من المتغيرات العشوائية غير السالبة المستقلة التوزيع (i.i.d) مع متوسط μ الذي يشير إلى المستوى الأولي للعملية شبه التجديد .

2-3 تطبيقات الدالة شبه التجديد :
(Application of the Geometric Function):

1-2-3 توزيع ويبل ذو المعلمتين للفشل:
(Two Parameter Weibull Failure Distribution):

إذا فرضنا أن T_1 يتوزع توزيع ويبل للفشل $w(\eta,\beta)$ وبدالة كثافة احتمالية :

$$f_1(t/\beta,\eta) = \begin{cases} \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}\right) & t > o \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad (3)$$

إذ أن:- (β) تمثل معلمة الشكل (Shape Parameter)

(η) تمثل معلمة القياس (Scale Parameter)

وإن دالة توزيع الفشل التجميعية ودالة المعولية ودالة نسبة الفشل ودالة نسبة الفشل التجميعية لأنموذج ويبل للفشل هم على التوالي كالآتي():-

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t^{\beta}}{\eta^{\beta}}} \quad \ldots \qquad (4)$$

$$R(t) = e^{-\frac{t^{\beta}}{\eta^{\beta}}} \quad \ldots \qquad (5)$$

$$h(t) = \frac{\beta}{\eta^{\beta}} t^{\beta-1} \quad \ldots \qquad (6)$$

$$H(t) = \frac{t^{\beta}}{\eta^{\beta}} \quad \ldots \qquad (7)$$

وأما بالنسبة لدالة الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function) للعملية التصادفية شبه التجديد لتوزيع ويبل { T_i } تكون بالشكل الأتي :

$$f_i(t/\beta,\eta,a) = \frac{\beta}{a^{i-1}\eta}\left(\frac{t}{\eta a^{i-1}}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\eta a^{i-1}}\right)^{\beta}\right) \qquad i = 1,2,3,\ldots,n; t > 0 \qquad (8)$$

3-3 طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية :
Ordinary Least Square Method:

كما معلوم سابقاً بأن للعملية شبه التجديد **QRP** ثلاث معلمات وهي (σ^2, μ, a) وعند تطبيق تلك العملية على بيانات حقيقية نواجه مشكلة أساسية وهي اذا كانت مجموعة البيانات تتبع العملية شبه التجديد فكيف يمكننا تقدير معلمات هذه العملية ولحل هذه المشكلة نفرض ان:

$$T_i = a^{i-1} X_i \qquad , i = 1,2,3,\dots,n \qquad (9)$$

إذ أن T_i تمثل متتابعة من المتغيرات العشوائية المستقلة والمتماثلة التوزيع . أن الباحث **Lam** اقترح التقديرات اللامعلمية لهذه المعلمات بنموذج العملية شبه التجديد إذ انه طبق نموذج الانحدار الخطي الموضح وفق الصيغة الآتية للحصول على تقدير للمعلمات أنفة الذكر بطريقة المربعات الصغرى **(Least Square)** :

$$\ln T_i = (i-1)\ln a + \ln x_i \qquad , i = 1,2,3,\dots, n \qquad (10)$$

$$\ln T_i = \lambda + e_i$$

$$E(\ln T_i) = \lambda \qquad \& \qquad Var(\ln T_i) = Var(e_i) = \sigma^2$$

أذن خطوات تقدير للمعلمات $(\lambda, \ln a, \sigma^2)$ باستخدام طريقة المربعات الصغرى كالاتي:

بتبسيط المعادلة **(10)** ينتج

$$\ln X_i = \lambda - (i-1)\ln a + e_i$$
$$= (\lambda + \ln a) - i \ln a + e_i , \qquad i = 1,2,2,\dots, n \qquad (11)$$

من الصيغة **(11)** والتي تمثل معادلة انحدار خطي بسيط نأخذ مجموع مربعات الخطأ لـ $\ln X_i$ ينتج :

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} \left[\ln X_i + (i-1)\ln a - \lambda\right]^2 \qquad (12)$$

ان مبدأ طريقة المربعات الصغرى **(Least Square)** هو تصغير مجموع مربعات الخطأ (SSE) أصغر ما يمكن وذلك بأخذ المشتقة الجزئية الأولى للصيغة **(6)** بالنسبة للمعلمتين (a, λ) على التوالي فنحصل على :

$$\frac{\partial SSE}{\partial \ln a} = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\ln X_i + (i-1)\ln a - \lambda\right](i-1) = 0 \qquad (13)$$

$$\frac{\partial SSE}{\partial \lambda} = -2\sum_{i=1}^{n}\left[\ln X_i + (i-1)\ln a - \lambda\right] = 0 \qquad (14)$$

بتبسيط الصيغة **(13)** والصيغة **(14)** ينتج :

$$\ln \hat{a}_{NP} = \frac{6}{(n-1)n(n+1)}\sum_{i=1}^{n}(n-2i+1)\ln X_i \qquad (15)$$

$$\hat{\lambda}_{NP} = \frac{2}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{n}(2n-3i+1)\ln X_i \qquad (16)$$

أذن تقدير المعلمة **a** اللامعلمي هو :

$$\hat{a}_{NP} = \exp(\ln \hat{a}_{NP}) \qquad (17)$$

أما العزوم للمعلمة μ والمعلمة σ^2 فيمكن تقديرها على التوالي كالأتي:

$$\hat{\mu}_{NP} = \exp(\hat{\lambda}_{NP})(1 + \frac{\hat{\tau}_{NP}^2}{2}) \qquad (18)$$

$$\hat{\sigma}_{NP}^{2} = \exp(2\hat{\lambda}_{NP}).\hat{\tau}_{NP}^{2} \qquad (19)$$

4-3 طريقة الإمكان الأعظم التكرارية (IMLM):

Method): Likelihood (Iterative Maximum

تعد هذه الطريقة من الطرائق المهمة في التقدير لأنها تحتوي على خصائص جيدة ومنها الثبات والاتساق غالباً وليس دائما.

في هذا المبحث تم عرض خوارزمية جديدة من قبل الباحث [Salah & etc] لتقدير معلمات عملية شبه التجديد في حالة توزيع ويبل للفشل ،وان هذه الخوارزمية تعتمد على أسلوب التكرار وباستخدام طريقة الإمكان الأعظم في أيجاد القيمة التقديرية لمعلمة ما تجعل من دالة الإمكان أعظم ما يمكن ،وتعرف دالة الإمكان بالاتي :

لتكن $t_1, t_2, ..., t_n$ مفردات لعينة عشوائية بحجم (n) مسحوبة من مجتمع ما وله دالة كثافة احتمالية معلومة $f(t,\theta)$ ، إذ أن θ هي المعلمة المراد تقديرها ، فان دالة الإمكان الأعظم لـ θ يرمز لها بالرمز $L(\theta)$ ، وهي الدالة الاحتمالية المشتركة وصيغتها العامة هي الصيغة الآتية:

$$L(\theta) = f(t_1;\theta).f(t_2;\theta)... \ .f(t_n;\theta)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} f(t_i;\theta) \qquad ...(20)$$

وبتطبيق الصيغة (8) على الصيغة (20) نحصل على

$$L(t_1, t_2, t_3, ..., t_n; \theta, a) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i / \beta, \eta, a)$$

$$= \frac{\beta^n}{\eta^{n\beta}} \exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\eta a^{i-1}}\right)^{\beta}\right]\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{(t_i)^{\beta-1}}{a^{(i-1)\beta}}\right] \qquad ...(21)$$

ولغرض أيجاد التقديرات لكل من المعلمات (η, β, a)، يجب تحويل الصيغة (21) إلى الشكل التالي وذلك بأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفيها فنحصل على الأتي:

$$LnL(t_1, t_2, ..., t_n; \eta, \beta, a) = nLn(\beta) - n\beta Ln(\eta) -$$

$$\frac{n(n-1)Ln(a)}{2}\beta + (\beta-1)\sum_{i=1}^{n} Ln(t_i) - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\eta a^{(i-1)}}\right)^{\beta} \qquad ...(22)$$

ولجعل قيمة دالة الإمكان للصيغة (22) أعظم ما يمكن ،فيجب حساب النهايات العظمى لها ،وذلك بأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (22) نسبةَ إلى η ثم نسبةَ لـ β ومن ثم نسبةَ لـa ومساواتهم بالصفر فنحصل على الآتي :

$$\frac{\partial LnL}{\partial \eta} = \frac{-n\beta}{\eta} + \frac{\beta}{\eta^{(\beta+1)}}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{a^{(i-1)}}\right)^{\beta} = 0 \qquad ...(23)$$

$$\frac{\partial LnL}{\partial \beta} = \frac{n}{\beta} - n\ln(\eta) - \frac{n(n-1)\ln(a)}{2} + \sum_{i=1}^{n}\ln(t_i) -$$

$$\sum_{i=1}^{n}\ln\left(\frac{t_i}{\eta a^{(i-1)}}\right)\left(\frac{t_i}{\eta a^{(i-1)}}\right)^{\beta} = 0 \qquad ...(24)$$

$$\frac{\partial LnL}{\partial a} = \frac{-n(n-1)\beta}{2a} + \sum_{i=1}^{n}\frac{\beta(i-1)}{a}\left(\frac{t_i}{\eta a^{(i-1)}}\right)^{\beta} = 0 \qquad ...(25)$$

من الواضح انه من الصعوبة إيجاد الحل التحليلي لنظام المعادلات (23) ،(24) ،(25) ولهذا السبب استخدم الباحثون [Salah & Anis A.,Faecal B.] الأسلوب التكراري لحل المعادلات أعلاه ،وكذلك قاموا بتبسيط الحل إلى معادلتين وبمجهولين بدلاً من ثلاثة معادلات وبثلاثة مجاهيل وهو كالأتي :

بافتراض :

$$y_i = \frac{t_i}{a^{(i-1)}}, a^{i-1} \neq 0 \qquad , i = 1,2,...,n$$

فان

$$\hat{\eta}_{mle} = \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^{\ \beta}\right]^{1/\beta} \qquad ...(26)$$

وبتعويض الصيغة (26) والتي تمثل تقدير للمعلمة η في الصيغ (24) و(25) ينتج

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^{\ \beta}}{\sum_{i=1}^{n}\left(\ln\left(y_i\right) y_i^{\ \beta}\right) - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^{\ \beta_i}\right)\left(\sum_{i=1}^{n}\ln\left(y_i\right)\right)} \qquad ...(27)$$

$$\sum_{i=1}^{n}(n - 2i + 1)t_i^{\ \beta} a^{(n-i)\beta} = 0 \qquad ...(28)$$

وبتعويض الصيغة (26) في الصيغة (22) نحصل على الأتي:

$$LnL\ (\beta, a) = n\ln(\beta) - n\ln\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^{\ \beta}\right) - \frac{n(n-1)\ln(a)}{2}\beta +$$

$$(\beta - 1)\sum_{i=1}^{n}\ln\left(y_i\right) - n \qquad ...(29)$$

ولجعل قيمة دالة الإمكان الجديدة والتي هي بدلالة المعلمتين (a,β) في الصيغة (29) أعظم ما يمكن ،فيجب حساب النهايات العظمى لها ،وذلك بأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (29) نسبة إلى β ثم نسبةً لـ aومساواتها بالصفر فنحصل على الأتي:

$$\frac{\partial LnL\left(\beta,a\right)}{\partial\beta}=\frac{n}{\beta}+\sum_{i=1}^{n}\ln\left(y_i\right)-n\frac{\sum_{i=1}^{n}y_i^{\beta}\ln\left(y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n}y_i^{\beta}}=0 \qquad ...(30)$$

$$\frac{\partial LnL\left(\beta,a\right)}{\partial a}=-\frac{n(n-1)\beta}{2a}+\frac{n\beta}{a}\frac{\sum_{i=1}^{n}(i-1)y_i^{\beta}}{\sum_{i=1}^{n}y_i^{\beta}} \qquad ...(31)$$

أن حل المعادلتين (30) و(31) هو أيجاد القيمة التقديرية للمعلمتين (a,β)، وبما أن هذين المعادلتين لايمكن حلها بالطرائق الاعتيادية لحل المعادلات غير الخطية ، لذلك نلجأ إلى الطرائق العددية لحلها، ومنها طريقة نيوتن – رافسون والصيغة العامة لها كما يأتي() :

$$\hat{\beta}_{(K+1)}=\beta_{(k)}-\left(\frac{\partial^2\ln L(\hat{\beta}_{(k)},\hat{a}_{(K)})}{\partial\beta^2}\right)^{-1}.\frac{\partial\ln L(\hat{\beta}_{(k)},\hat{a}_{(K)})}{\partial\beta},K=0,1,2,...$$

بافتراض بالنسبة للمعلمة β

$$\frac{\partial LnL\left(\beta,a\right)^2}{\partial\beta^2}=\frac{-n}{\beta^2}-n\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}y_i^{\beta}(\ln y_i)^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n}y_i^{\beta}\right)-\left(\sum_{i=1}^{n}y_i^{\beta}\ln(y_i)\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n}y_i^{\beta}\right)^2} \qquad ...(32)$$

وبالنسبة للمعلمة a

$$\frac{\partial^2Ln(\beta,a)}{\partial a^2}=\frac{n(n-1)\beta}{2a^2}-$$

$$\frac{n\beta}{a^2}\frac{\left(\beta\sum_{i=1}^{n}(i-1)^2y_i^{\beta}+\sum_{i=1}^{n}(i-1)y_i^{\beta}\right)\left(\sum_{i=1}^{n}y_i^{\beta}\right)-\beta\left(\sum_{i=1}^{n}(i-1)y_i^{\beta}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n}y_i^{\beta}\right)^2} \qquad ...(33)$$

5 الجانب العملي(تجربة المحاكاة):

5-1 وصف تجربة المحاكاة الخاصة بالبحث:

في تجربة المحاكاة جرى توليد عينات بحجم (30,25,20,15,10) ، أما القيم الافتراضية لمعلمات التوزيع فكانت $(\eta=2,2.5)$ و $(\beta=1.5,2)$ و $(a=0.7,0.8,0.9)$ وبالنسبة لتكرار هذه العملية فكان مساوياً إلى 1000 تكرار وذلك للزيادة في الحصول على تجانس عالٍ.

وتم توليد مشاهدات عشوائية تخضع لدالة شبه التجديد لتوزيع ويبل ذي المعلمتين بتطبيق طريقة التحويل المعكوس من خلال مساواة دالة التوزيع التراكمية لدالة شبه التجديد لتوزيع ويبل ذي المعلمتين بقيمة مشاهدة مولدة من قبل الحاسبة تتبع التوزيع المنتظم على الفترة المفتوحة (0,1) كما يأتي :

$$t_i = \left[-\eta a^{i-1} \ln\left(1-U\right)\right]^{1/\beta} \qquad (34)$$

2-5 أسلوب المقارنة بين طريقتي التقدير المستخدمة:

حُسبت التقديرات للمعلمة a باستخدام الطريقتين أنفة الذكر ،ومن ثم حُسب المعيار الأتي للمقارنة بين أفضلية الطريقتين ،وهو:

- متوسط مربعات الخطأ (MSE) .

$$MSE\ (\hat{\theta}) = \frac{\sum_{i=1}^{R}\left(\hat{\theta}_i - \theta\right)^2}{R} \qquad (35)$$

حيث R يمثل عدد التكرارات .

3-5 نتائج المحاكاة

تم تقدير معلمة دالة شبه التجديد لتوزيع ويبل (المعلمة a) ،وحسب الطريقتين المستخدمة في الجانب النظري وكما في الجداول أدناه :

جدول رقم (1) جدول رقم (2)

MODEL	SIZE	MLE	Nonparametric	BEST
M_5 (1.5,2,0.9)	10	0.8993	0.7628	MLE
	15	0.8994	0.8160	MLE
	20	0.9004	0.8454	MLE
	25	0.9007	0.8613	MLE
	30	0.9004	0.8713	MLE
M_6 (1.5,2.5,0.9)	10	0.9074	0.7677	MLE
	15	0.9002	0.8178	MLE
	20	0.8999	0.8451	MLE
	25	0.9005	0.8608	MLE
	30	0.9010	0.8713	MLE
M_7 (2,2,0.7)	10	0.7030	0.6739	MLE
	15	0.6998	0.6868	MLE
	20	0.6996	0.6920	MLE
	25	0.6998	0.6946	MLE
	30	0.7000	0.6965	MLE
M_8 (2,2.5,0.7)	10	0.7043	0.6770	MLE
	15	0.7015	0.6879	MLE
	20	0.7000	0.6926	MLE
	25	0.6999	0.6950	MLE

تقديرات المعلمة a

يتبع تقديرات المعلمة a

MODEL	SIZE	MLE	Nonparametric	BEST
M_9 (2,2,0.8)				
M_{10} (2,2.5,0.8)				
M_{11} (2,2,0.9)				
M_{12} (2,2.5,0.9)	30	0.6998	0.6962	MLE

جدول رقم (3)

جدول رقم (4)

يتبع تقديرات المعلمة a

MODEL	SIZE	MLE	Nonparametric	BEST
M_1 (1.5,2,0.7) (β,η,a)	10	0.7057	0.6572	MLE
	15	0.7002	0.6767	MLE
	20	0.6996	0.6853	MLE
	25	0.6999	0.6903	MLE
	30	0.6997	0.6927	MLE
M_2 (1.5,2.5,0.7)	10	0.7014	0.6512	MLE
	15	0.7005	0.6771	MLE
	20	0.7011	0.6866	MLE
	25	0.7000	0.6906	MLE
	30	0.6996	0.6924	MLE
M_3 (1.5,2,0.8)	10	0.8052	0.7221	MLE
	15	0.8013	0.7563	MLE
	20	0.8001	0.7724	MLE
	25	0.8005	0.7818	MLE
	30	0.8003	0.7874	MLE
M_4 (1.5,2.5,0.8)	10	0.8065	0.7237	MLE
	15	0.8002	0.7570	MLE
	20	0.8000	0.7725	MLE
	25	0.7996	0.7811	MLE
	30	0.8001	0.7866	MLE

متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقديرات المعلمة a

MODEL	SIZE	MLE	Nonparametric	BEST
M_1 (1.5,2,0.7) (β,η,a)	10	0.0034	0.0048	MLE
	15	0.0009	0.0017	MLE
	20	0.0003	0.0007	MLE
	25	0.00017	0.00032	MLE
	30	0.00010	0.00020	MLE
M_2 (1.5,2.5,0.7)	10	0.0029	0.0055	MLE
	15	0.0009	0.0016	MLE
	20	0.0003	0.0006	MLE
	25	0.0001	0.0003	MLE
	30	0.00009	0.00002	NP

M_3 (1.5,2,0.8)	10	0.0044	0.0093	MLE
	15	0.0011	0.0032	MLE
	20	0.0004	0.0013	MLE
	25	0.0002	0.0006	MLE
	30	0.0001	0.0003	MLE
M_4 (1.5,2.5,0.8)	10	0.0044	0.0091	MLE
	15	0.0012	0.0031	MLE
	20	0.0005	0.0013	MLE
	25	0.0002	0.0006	MLE
	30	0.0001	0.0003	MLE

4-5 تحليل النتائج:

1 - من الجداول (1) و(2) و(3) نلاحظ أن تقديرات المعلمة a باستخدام طريقتي التقدير المستخدمة ،قد أظهرت متوسطاً اقرب إلى القيم الافتراضية لهذه المعلمة وذلك للنماذج وأحجام العينات المفترضة كافة ،فضلاً عن ذلك نلاحظ ماياتي:

- للنماذج وأحجام العينات المفترضة كافة أظهرت تقديرات المعلمة a بطريقة الإمكان الأعظم التكرارية في التقدير متوسطات اقرب إلى القيم الحقيقية (الافتراضية) لهذه المعلمة من متوسطات تقديرات المعلمة بطريقة المربعات الصغرى في التقدير .

2 - من الجداول (4) و(5) و(6) التي تبين متوسط مربعات الخطأ لتقدير المعلمةa ، نلاحظ مايلي:

- للنماذج وأحجام العينات المفترضة كافة أظهرت تقديرات المعلمة a بطريقة الإمكان الأعظم التكرارية متوسطات مربعات خطأ اصغر من متوسطات مربعات الخطأ هذه المعلمة بطريقة المربعات الصغرى في التقدير .

6- الاستنتاجات :

من خلال تنفيذ تجربة المحاكاة للمقارنة بين طريقتي تقدير المعلمة a ،تم التوصل إلى النتائج الآتية :

- بشكل عام كانت طريقة الإمكان الأعظم في تقدير المعلمة a هي أفضل طريقة تقدير لامتلاكها متوسط مربعات خطأ (MSE) اصغر مقارنة بطريقة المربعات الصغرى في التقدير ولحجوم العينات كافة .

- ظهر بان قيم متوسط مربعات الخطأ تتناقص بزيادة حجم العينة ولكلا الطريقتين في التقدير ،وهذا يتطابق مع النظرية الإحصائية .

7- المصادر

أولا:المصادر العربية :-

1- ذنون،باسل يونس،(2011)،"النمذجه الماركوفية مع تطبيقات عمليه"،دار ابن الاثير للطباعة والنشر ،جامعة الموصل.

2- محمود،شيماء وليد(2012)،"العملية التصادفية الهندسية وتطبيقاتها في وباء التهاب الكبد الفيروسي "،رسالة ماجستير في الإحصاء-كلية علوم الحاسبات الرياضيات -جامعة الموصل.

ثانياَ:المصادر الأجنبية:-

3-- Barlow R., Proschan F." Mathematical Theory of Reliability", New York, John Wiley & Sons (1965) .

4- H. Wang and H. Pham, “A quasi renewal process and its applications in imperfect maintenance”, Int. J. Systems Science 27 (10), 1055–1062 (1996).

5- H. Wang and H. Pham, "Reliability and Optimal Maintenance", Springer, New York, (2006).

6- Lam,Y., Geometric Process and Its Applications, Publisher: World Scientific Publishing, (2007) .

7-Lam, Y., "Nonparametric inference for geometric processes", ommun. Statist. Theory Math. 21, P.2083-2105,(1992).

8-Lam Y.,Chan S. K.," Statistical inference for geometric processes with lognormal distribution", Computational Statistics & Data Analysis, Vol. 27, pp. 99-112,(1998).

9-Myung I.-J., “Tutorial on maximum likelihood estimation”, Journal of Mathematical Psychology, vol. 47, p. 90–100(2002).

10-Pham H. & Wang H., " Imperfect maintenance", European Journal of Operational Research, Vol.94,pp. 425–38,(1996).

11-S.Samet, A.Chelbi & F.B. Hmida, "Repairable System Availability Optimization Under Imperfect maintenance" ,Bulletin of The Polish Academy of Sciences & Technical Sciences,vol.57, No.3,(2009).

12-S.Samet, A.Chelbi & F.B.Hmida, "Estimation itérative des paramètres d'un processus de quasi-renouvellement Cas d'une distribution de Weibull" Journal européen des systèmes automatisés. Volume X – n° x/année, pages 1 à X(2010) (in French).

....

....

....