

إيجاد معاملات دالة الانحدار الخطية باستخدام برمجة الأهداف الخطية

Find Parameters of Linear Regression Model By Using Linear Goal programming Method

د. أحمد كريم جاسم / جامعة ذي قار / كلية الإدارة والاقتصاد / قسم الإحصاء

م.م واثق حياوي لايد / جامعة ذي قار / كلية الإدارة والاقتصاد / قسم الإحصاء

م.م علي سلمان حبيب / جامعة ذي قار / كلية الإدارة والاقتصاد / قسم الإحصاء

الخلاصة:-

تم استخدام طريقة برمجة الأهداف في إيجاد معاملات دالة الانحدار التنبؤية ومقارنة النتائج التي حصلنا عليها مع طريقة الانحدار التقليدية ، وتم حل أكثر من نموذج باستخدام برمجة الأهداف بإعانة البرنامج الحاسوبي الجاهز (Win QSB) ، ومن النتائج تبين أن تقارب أو تطابق النتائج في الطريقتين وكذلك دلت النتائج على فعالية استخدام هذه طريقة في إيجاد معاملات دالة الانحدار .

Abstract:-

The research includes using goal programming method to find parameters of linear regression model and compared the result which obtained with regression classic methods . The models solve with aid of computer simulation program (Win QSB) , the results explain effect using goal programming method to find parameters of linear regression model.

1- المقدمة :-

من المعروف نظريا بأن الظواهر (المتغيرات) الاقتصادية تنشأ وتتطور بفعل ظواهر ومتغيرات أخرى ، ويمكن تحليل هذه المتغيرات في الظواهر كميًا باستخدام الأساليب الإحصائية ، من خلال تصوير وافترض العلاقة بين المتغيرات على أنها متغيرات إحصائية .

وان هذه العلاقات هي علاقات سلوكية (Behavioral Relations) ، أي بمعنى كيفية تصرف المتغير المدروس (التابع) وفقا لتغير في المتغير التوضيحي (المستقل) المفترض أو وجود علاقة للمتغير المعتمد له ، وهذا يعني أنها ليست علاقات دقيقة كما هي الحال في العلاقات الرياضية الصرفة ، بل إنها تتأثر بالمتغيرات العشوائية التي تحدث على المتغير المعتمد بسبب وجود حد الخطأ العشوائي Disturbance Term .

وان مفهوم تحليل الانحدار يعني استخدام النموذج أو المعادلة أو الخط أو الصيغة الإحصائية المناسبة لتصوير التأثير المتوسط للمتغير التوضيحي على المتغير المعتمد بتدخل حد الخطأ العشوائي ، أي ما هي الوسيلة الأمثل لفحص العلاقة بين المتغير المعتمد (Yi) قياسا للتغير في المتغير التوضيحي (Xi) بوجود المتغير العشوائي (Ui) [1] .

2- هدف البحث :-

حل نماذج تحليل الانحدار باستخدام طريقة برمجة الأهداف ومقارنة نتائج هذه الطريقة مع طرائق تحليل الانحدار ،حيث بينت النتائج فعالية هذه الطريقة .

3- الانحدار الخطي البسيط (Analysis of Simple Linear Regression) [1] :-

1

يعرف الانحدار الخطي البسيط بأنه عملية تقدير العلاقة الخطية بين متغيرين احدهما توضيحي ونسبته فرضا (Xi) والآخر معتمد ونسبته فرضا (Yi) ويهدف الانحدار الخطي البسيط إلى تقدير قيم عددية لمعالم النموذج , وحيث إننا نتكلم عن علاقة عشوائية تربط متغيرين فذلك يعني إننا بصدد إيجاد الخط المستقيم الذي يوضح هذه العلاقة أي إيجاد قيم معالم النموذج التي تحدد شكل واتجاه هذا المستقيم وصيغته العامة :

$$i = 1,2,3,\dots,n \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + U_i$$

$$U_i \sim N(0, \delta_u^2)$$

وان معادلة الانحدار التقديرية لنموذج الانحدار الخطي البسيط هي :

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i$$

حيث أن :-

Yi : تمثل قيمة المتغير التابع في المشاهدة (i)

Xi : تمثل قيمة المتغير التوضيحي في المشاهدة (i)

Ui : تمثل حد الخطأ العشوائي في المشاهدة (i)

β_0 : الحد الثابت لنموذج الانحدار

β_1 : الميل الحدي لخط الانحدار

\hat{Y}_i : القيمة التنبؤية إلى Yi

$b_0; b_1$: معالم الأنموذج المقدر

3-1- تقدير معاملات نموذج الانحدار الخطي البسيط (Coefficients Estimation of Simple Linear Regression Model) :-

هناك طرق عديدة لتحديد شكل واتجاه الخط المستقيم الذي يوضح العلاقة بين المتغير التوضيحي (Xi) والمتغير المعتمد (Yi) , أهمها هي طريقة المربعات الصغرى Least Squares Method , التي يستند مبدئها إلى إيجاد ذلك الخط المستقيم الذي يتخلل نقاط الشكل الانتشاري بالشكل الذي يجعل مجموع مربعات ابعاد النقاط عنه اقل ما يمكن أي تحديد قيمة β_0 , β_1 التي تجعل هذا المجموع اقل ما يمكن , وان المستقيم الذي يتصف بهذه الميزة يسمى أفضل مستقيم يعبر عن العلاقة بين المتغيرين . وكالاتي [2] :

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n Y_i X_i - \sum_{i=1}^n Y_i \sum_{i=1}^n X_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \quad b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} - b_1 \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

2-3- تحليل الانحدار الخطي المتعدد (Multiple Linear Regression) :-

يعرف الانحدار الخطي المتعدد بأنه عملية تقدير العلاقة الخطية بين عدة متغيرات احدها متغير تابع والباقي متغيرات توضيحية يعتقد أنها تؤثر في المتغير التابع [2]

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + U$$

$$U \sim N(0, \sigma_u I)$$

وان معادلة الانحدار التقديرية لنموذج الانحدار الخطي المتعدد هي :

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} + \dots + b_k X_{ik}$$

حيث أن :-

Y : تمثل متجه لمشاهدات المتغير المعتمد وذو مرتبة (n*1)

X : تمثل مصفوفة لمشاهدات المتغيرات المستقلة وذات مرتبة [n*(k+1)]

β : تمثل معالم النموذج الخطي وذو مرتبة [(k+1)*1]

3-3- تقدير معالم نموذج الأنحدار الخطي المتعدد (Coefficients Estimation of Multiple)

:- (Linear Regression Model)

سوف نقوم بتقدير معالم نموذج الانحدار الخطي المتعدد باستخدام طريقة المربعات الصغرى وكالاتي [

: 2]

$$b = (X'X)^{-1} X'Y$$

$$X' = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{21} & \dots & X_{n1} \\ X_{12} & X_{22} & \dots & X_{n2} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ X_{1k} & X_{2k} & \dots & X_{nk} \end{vmatrix}, \quad X = \begin{vmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{vmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

1- برمجة الأهداف

-(goal Programming)

تعرف برمجة الأهداف بأنها تمثيل المشكلة بنموذج رياضي يسعى إلى إيجاد أقرب وأحسن الحلول للقيم المحددة مسبقاً لعدد من الأهداف ، وبعبارة أخرى يهدف النموذج الرياضي لبرمجة الأهداف إلى تخفيض مجموع الانحرافات عن الأهداف المحددة مسبقاً إلى أدنى حد ممكن [3] . ويعبر عن برمجة الأهداف بأنها نموذج رياضي يسعى إلى تحقيق عدة أهداف ضمن بيئة قرار معينة ، وتحدد بيئة القرار العناصر الأساسية للنموذج وهي متغيرات القرار والقيود ودالة الهدف [4] .

1-4- الأتمودج الرياضي لبرمجة الأهداف (Goal Programming Mathematical Model) [5]

أن الفكرة الأساسية في برمجة الأهداف هي تحديد أولوية كل هدف ثم تحديد وزن محدد لكل هدف ضمن مستوى الأولوية الواحد ، ثم البحث عن حل يصغر المجموع (المرجح) لأنحرافات دوال الأهداف عن أهدافها الخاصة ، أي أن متغيرات الزيادة أو التخفيض للقيود توضع بدل وظيفة الهدف وهي ما يراد تخفيضها .

ويمكن التعبير عن نموذج برمجة الأهداف الخطية بشكل رياضي كما يأتي [6] :-

$$\text{Min } a^- = \{ p_1 [g_1 (d_1^+ , d_1^-)] , p_2 [g_2 (d_2^+ , d_2^-)] , \dots \dots p_k [g_k (d_i^+ , d_i^-)] \}$$

S.t

$$\sum_{i=1}^m C_{in} X_n + d_i^+ + d_i^- = b_i \quad , n = 1,2,3,\dots, N$$

$$X_j , d_i^+ , d_i^- \geq 0$$

حيث أن :-

$$a^- = \text{متجهة دالة الأنجاز} .$$

$$g_k (d_i^+ , d_i^-) = \text{دالة خطية لمتغيرات الانحراف والمقترنة بالأولوية } k .$$

$$p_k = \text{الأولوية } k .$$

X_n = متغيرات القرار .

C_{in} = معامل المتغير n في الهدف i .

d_i^- = متغير الانحراف السالب ، يعبر وجوده في دالة الانجاز .

d_2^+ = متغير الانحراف الموجب ، يعبر وجوده في دالة الانجاز .

m = مجموع القيود والأهداف .

N = عدد المتغيرات .

b_i = قيمة الهدف i .

ولا يمكن أن تأخذ d_i^+ , d_i^- سوية قيم موجبة ، لذا فإن أحدهما أو كليهما يساوي صفرا [7] .

$$d_i^+ \times d_i^- = 0 , \quad d_i^+ , d_i^- \geq 0$$

وهناك ثلاث حالات يمكن أن تقلص بها متغيرات الانحراف في دالة الانجاز و كما مبين في الجدول (1)

الجدول (1) متغيرات الانحراف الواجب تخفيضها [8]

نوع القيد	متغيرات الانحراف الواجب تخفيضها
$F(X) \geq b_i$	d_1^-
$F(X) \leq b_i$	d_1^+
$F(X) = b_i$	d_1^+ , d_1^-

معاملات
باستخدام
Find)

5-أيجاد
الانحدار
برمجة الأهداف

–: (Parameter Regression by using goal programming

أن معادلة الانحدار التقديرية هي :-

$$\hat{Y}_i = b_o + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_K X_K$$

ويمكن أن تكتب بالصيغة الآتية :-

$$\hat{Y}_i = b_o + \sum_{j=1}^K b_j X_{ij}$$

فيصبح نموذج برمجة الأهداف لإيجاد معاملات الانحدار بالصيغة الآتية :- $Min a = \sum_{i=1}^m d_i^- + \sum_{i=1}^m d_i^+$

s.t

$$b_o + \sum_{j=1}^K b_j X_{ij} + d_i^- - d_i^+ = \hat{Y}_i$$

$$b_o \text{ unrestricted in sign } d_i^-, d_i^+, b_j \geq 0$$

مثال (1-5) أرادت شركة الطموح لصناعة المراوح السقفية أن تقدر حجم مبيعاتها من خلال حجم رواتبها والجدول أدناه يبين حجم المبيعات وحجم رواتب موظفيها للسنوات (2004 - 2009) .

السنة	2004	2004	2004	2004	2004	2004
حجم المبيعات	2	3	2.5	2	2	3.5
حجم الرواتب	1	3	4	2	1	7

تم تقدير معادلة الانحدار التنبؤية للمثال أعلاه باستخدام طريقة تحليل الانحدار وبرمجة الأهداف كما يأتي :-

1- طريقة تحليل الانحدار :-

تم استخدام برنامج (Win QSB) في إيجاد معاملات دالة الانحدار والمعادلة التنبؤية كما في الشكل رقم

(1) و (2) و (3) .

Observation	حجم المبيعات	حجم الرواتب
1	2	1
2	3	3
3	2.5	4
4	2	2
5	2	1
6	3.5	7

الشكل رقم (1) يبين كتابة المثال الأول في البرنامج

09-19-2011 22:53:00	Variable Name	Mean	Standard Deviation	Regression Coefficient	Standard Error	t value	Probability > t
Dependent	حجم المبيعات	2.5000	0.6325				
Y-intercept	Constant			1.7500	0.2193	7.9812	0.0013
1	حجم الرواتب	3.0000	2.2804	0.2500	0.0600	4.1633	0.0141
	Se =	0.3062	R-square =	0.8125	R-adjusted =	0.7656	

الشكل رقم (2) حل المثال الأول باستخدام طرائق الانحدار

09-19-2011 22:55:09	Dependent Variable	Independent Variable
Equation:	حجم المبيعات	حجم الرواتب = 1.7500 + 0.2500

الشكل رقم (3) يبين معادلة الانحدار التنبؤية للمثال الأول

نلاحظ أن قيمة معامل التحديد ($R^2 = 0.8125$) وهذا يعني أن تغير حجم الرواتب يفسر (81.25 %) من حجم المبيعات وهو يبين القوة التفسيرية للنموذج المدروس، وأن الميل الحدي لحجم الرواتب ($b_1 = 0.25$) وهذا يعني زيادة وحدة واحدة من b_1 يؤدي إلى زيادة مقدارها (0.25) في حجم المبيعات .

2- طريقة برمجة الأهداف :-

تم استخدام برنامج (Win QSB) في إيجاد معاملات دالة الانحدار كما في الأشكال الآتية :-

	Goal/Constraint/Bound
Min:G1	$n1+p1+n2+p2+n3+p3+n4+p4+n5+p5+n6+p6$
C1	$bo+b1+n1-p1=2$
C2	$bo+3b1+n2-p2=3$
C3	$bo+4b1+n3-p3=2.5$
C4	$bo+2b1+n4-p4=2$
C5	$bo+b1+n5-p5=2$
C6	$bo+7b1+n6-p6=3.5$
Integer:	
Binary:	
Unrestricted:	bo

الشكل رقم (4) يبين كتابة نموذج برمجة الأهداف للمثال الأول

	23:07:59		Monday
	Goal Level	Decision Variable	Solution Value
1	G1	bo	1.75
2	G1	b1	0.25

الشكل رقم (5) يبين حل نموذج برمجة الأهداف للمثال الأول

مثال (2-5) معمل الفرات للمياه المعدنية ينتج المياه بعبوتين أحدهما حجمها (0.5 L) والأخرى حجمها (1.5 L) ، فإذا أرادت إدارة المعمل تقدير حجم مبيعاتها من خلال درجات الحرارة وكانت مبيعات المعمل لسنة 2009 كما في الجدول (2) .

جدول (2) يبين بيانات معمل الفرات

الشهر	ك 2	شباط	آذار	نيسان	أيار	حزيران	تموز	أب	أيلول	ت 1	ت 2	ك 1
المبيعات للمنتج الأول	311	311	311	311	311	311	311	311	311	311	311	311
المبيعات للمنتج الأول	156	156	156	156	156	156	156	156	156	156	156	156
درجة الحرارة (منوي)*	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4

الصف الأخير من الجدول من المصدر (9)

تم التنبؤ بالمثال أعلاه باستخدام طريقة تحليل الانحدار وطريقة برمجة الأهداف كما يأتي :-

1- المنتج الأول العبوة (0.5 L) فكانت النتائج كما يأتي :-

1 - طريقة تحليل الانحدار :-

تم استخدام برنامج (Win QSB) في إيجاد معاملات دالة الانحدار والمعادلة التنبؤية كما في الشكل (6) و (7) .

09-19-2011 21:35:55	Variable Name	Mean	Standard Deviation	Regression Coefficient	Standard Error	t value	Probability > t
Dependent	حجم المبيعات	487.9167	112.0394				
Y-intercept	Constant			177.5007	3.8399	46.2259	0
1	درجة الحرارة	26.5833	9.5882	11.6771	0.1365	85.5252	0
	Se =	4.3419	R-square =	0.9986	R-adjusted =	0.9985	

الشكل رقم (6) يبين حل المثال الثاني للمنتج الأول باستخدام طرائق الانحدار

09-19-2011 21:36:17	Dependent Variable	Independent Variable
Equation:	حجم المبيعات =	177.5007 + 11.6771 درجة الحرارة

الشكل رقم (7) يبين الدالة التنبؤية للمثال الثاني للمنتج الأول

2- طريقة برمجة الأهداف :-

تم استخدام برنامج (Win QSB) في إيجاد معاملات دالة الانحدار كما في الشكل (8) .

	21:35:16	Monday	
	Goal Level	Decision Variable	Solution Value
1	G1	b0	176.64
2	G1	b1	11.79

الشكل (8) يبين حل المثال الثاني للمنتج الأول باستخدام برمجة الأهداف

2- المنتج الثاني العبوة (1.5 L) فكانت النتائج كما يأتي :-

1 - طريقة تحليل الانحدار :-

تم استخدام برنامج (Win QSB) في إيجاد معاملات دالة الانحدار والمعادلة التنبؤية كما في الشكل

(9) و (10) .

09-19-2011 21:18:54	Variable Name	Mean	Standard Deviation	Regression Coefficient	Standard Error	t value	Probability > t
Dependent	حجم المبيعات	207.3333	37.8066				
Y-intercept	Constant			108.4561	11.6383	9.3189	0.0000
1	درجة الحرارة	26.5833	9.5882	3.7195	0.4138	8.9882	0.0000
	Se =	13.1598	R-square =	0.8899	R-adjusted =	0.8788	

الشكل (9) يبين حل المثال الثاني للمنتج الثاني باستخدام طرائق الانحدار

09-19-2011 21:19:15	Dependent Variable	8	dependent Variable
Equation:	حجم المبيعات =	108.4561 + 3.7195 درجة الحرارة	

الشكل (10) يبين المعادلة التنبؤية للمثال الثاني

2- طريقة برمجة الأهداف :-

تم استخدام برنامج (Win QSB) في إيجاد معاملات دالة الانحدار كما في الشكل (11) .

	21:18:08		Monday
	Goal Level	Decision Variable	Solution Value
1	G1	b0	108.46
2	G1	b1	3.71

الشكل (11) يبين حل المثال الثاني للمنتج الثاني باستخدام برمجة الأهداف

مثال (3-5) مصنع النور لإنتاج المصابيح الكهربائية كانت بياناته لعشرة أسابيع كما في الجدول (3) ، فإذا أريد إيجاد معادلة الانحدار التنبؤية للإنتاج بالاعتماد على عدد المكائن الصالحة للعمل وعدد العمال المتواجدين فعليا في الأسبوع .

جدول (3) يبين بيانات مصنع النور

Observation	الإنتاج	عدد المكائن	عدد العمال
1	90	2	10
2	110	4	9
3	115	2	12
4	105	3	10
5	150	5	12
6	130	2	14
7	140	3	14
8	160	4	13
9	180	5	15
10	200	6	15

تم تقدير معادلة الانحدار التنبؤية للمثال أعلاه باستخدام طريقة تحليل الانحدار وبرمجة الأهداف كما يأتي

:-

1- طريقة تحليل الانحدار :-

تم استخدام برنامج (Win QSB) في إيجاد معاملات دالة الانحدار والمعادلة التنبؤية كما في الشكل (12) و (13) .

02-11-2012 17:18:08	Variable Name	Mean	Standard Deviation	Regression Coefficient	Standard Error	t value	Probability > t
Dependent	الإنتاج	138	34.97618				
Y-intercept	Constant			-35.25667	9.98947	-3.529384	9.605765E-03
1	عدد المكائن	3.6	1.429841	14.28572	1.301169	10.97914	1.15633E-05
2	عدد العمال	12.4	2.170512	9.8248	0.8571554	11.4621	8.702278E-06
	Se =	5.163856	R-square =	0.9830465	R-adjusted =	0.9782026	

الشكل (12) يبين حل المثال الثالث باستخدام طرائق الانحدار

02-11-2012 17:18:42	Dependent Variable	9	dependent variable
Equation:	الإنتاج =	- 35.25667 + 14.28572	عدد المكائن + 9.8248 عدد العمال

الشكل (13) يبين المعادلة التنبؤية للمثال الثالث

2- طريقة برمجة الأهداف :-

تم استخدام برنامج (Win QSB) في إيجاد معاملات دالة الانحدار كما في الشكل (14) .

	17:15:45		Saturday
	Goal Level	Decision Variable	Solution Value
1	G1	b0	-40.00
2	G1	b1	15.00
3	G1	b2	10.00

الشكل (12) يبين حل المثال الثالث باستخدام برمجة الأهداف

6- تلخيص ومناقشة النتائج :-

بعد حل المثال الأول بالطريقتين لاحظنا تطابق نتائج الحل حيث كانت النتائج ($b_0 = 1.75$, $b_1 = 0.25$) مما يعني تطابق القيمة التنبؤية أيضا فإذا فرضنا أن حجم الرواتب (4) فإن ($\hat{Y} = 2.75$) وللطريقتين، أما في المثال الثاني وللمنتج الأول فكانت النتائج متقاربة حيث ($b_0 = 177.5007$, $b_1 = 11.6771$) بطرائق الانحدار و ($b_0 = 176.64$, $b_1 = 11.79$) بطريقة برمجة الأهداف وكذلك فإن القيم التنبؤية للمبيعات على فرض أن درجة الحرارة (40 C) ستكون ($\hat{Y} = 644.5847$) بطرائق الانحدار و ($\hat{Y} = 648.24$) بطريقة برمجة الأهداف وللمنتج الثاني فكانت النتائج متقاربة جدا حيث كانت النتائج ($b_0 = 108.4561$, $b_1 = 3.7195$) بطرائق الانحدار و ($b_0 = 108.46$, $b_1 = 3.71$) بطريقة برمجة الأهداف والقيم التنبؤية للمبيعات على فرض أن درجة الحرارة (40 C) ستكون ($\hat{Y} = 257.2361$) بطرائق الانحدار و ($\hat{Y} = 256.86$) بطريقة برمجة الأهداف ، أما في المثال الثالث فنلاحظ

التقارب الكبير لنتائج الحل بالطريقتين حيث كانت النتائج $(b_0 = -35.25667, b_1 = 14.28572, b_2 = 10)$ بطرائق الانحدار و $(b_0 = -40, b_1 = 15, b_2 = 10)$ بطريقتي برمجة الأهداف وكذلك فإن القيم التنبؤية للإنتاج على فرض أن عدد المكنائن (6) وعدد العمال (15) ستكون $(\hat{Y} = 197.82965)$ بطرائق الانحدار و $(\hat{Y} = 200)$ بطريقتي برمجة الأهداف وعلى فرض أن النتيجة باستخدام طرائق الانحدار يرمز لها بالرمز (r) والنتيجة باستخدام طريقة برمجة الأهداف يرمز لها بالرمز (g) فيمكن إيجاد نسبة التقارب بين الطريقتين من خلال المعادلة الآتية :-

$$\text{نسبة التقارب } (p) = \left(1 - \left|\frac{r-g}{r}\right|\right) \times 100\%$$

ويمكن تلخيص نتائج الحل للأمثلة الثلاث باستخدام الطريقتين ودرجة تقارب معاملات دالة الانحدار الخطية والقيم التنبؤية كما في الجدول (4) .

الجدول (4) يبين تلخيص نتائج الأمثلة

المثال	طرائق الانحدار				طريقة برمجة الأهداف				درجة التقارب %			
	b_0	b_1	b_2	\hat{Y}	b_0	b_1	b_2	\hat{Y}	P_{b_0}	P_{b_1}	P_{b_2}	$P_{\hat{Y}}$
الأول	1.75	0.25	-	2.75	1.75	0.25	-	2.75	100	100	-	100
الثاني للمنتج الأول	177.5007	11.6771	-	644.5847	176.64	11.79	-	648.24	99.515	99.033	-	99.433
الثاني للمنتج الثاني	108.4561	3.7195	-	257.2361	108.46	3.71	-	256.86	99.996	99.744	-	99.853
الثالث	-35.25667	14.28572	9.824 8	197.82965	- 40	15	10	200	86.546	95	98.216	98.903

7- الاستنتاجات :-

يمكن عرض أهم النتائج التي تم التوصل إليها وهي كالآتي :-

- 1- تعد طريقة برمجة الأهداف من الطرق المتقدمة والعملية في إيجاد معاملات دالة الانحدار .
- 2- تم تصغير متغيرات الانحراف السالبة والموجبة في نموذج برمجة الأهداف لإيجاد معاملات دالة الانحدار لكون الدالة في حالة مساواة (معادلة) .
- 3- اعتماد البرمجيات الجاهزة ساعد في إيجاد الحل الأمثل للنماذج بسرعة وكفاءة ودقة عالية مثل برنامج (Win QSB) .

8- المصادر :-

- 1- العبيدي ، عبد الغفور جاسم سالم ، 1989 ، "تحليل ونمذجة السلسلة الزمنية لدرجات الحرارة في مدينة الموصل" ، كلية العلوم ، جامعة الموصل .
- 2- الخضير ، محمد قدوري عبد ، 1996 ، "دراسة مقارنة لطرائق التقدير والتنبؤ لبعض نماذج بوكس-جنكينز الموسمية" رسالة ماجستير ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة بغداد .
- 3-B. B. Pal, and B. N. Moitra, A Goal Programming Procedure For Solving Problems With Multi Fuzzy Goals Using Dynamic Programming, [2003], European Journal of Operational Research, Vol. (144), Issue. 3, p. 480.
- 4- M. A. Badri, D. Davis, and D. avis, A comprehensive 0-1 Goal Programming Model For Project Selection[2001], International Journal of Project Management, Vol. 19, Issue. 4, p. 246.
- 5- Martel J.M. and Aouni B., Incorporating the Decision-Makers Preferences in the Goal-Programming Model. [1990], Journal of the Operational Research Society, Vol.(12):P (1121-1132).
- 6-Lin ,J.,Cheong , B. and Yao ,X. , Universal multi-objective function for optimising superplastic –damage constitutive equations , [2002] Journal of Materials processing Technolgy Vol. (125) ,P(199-205).
- 7-.Ignizio J.P., (1982), A review of goal programming : a tool for multiple-objective systems, Englewood Cliffs. N.J: Prentice-Hall.
- 8-Leon , C. and Palacios F., Evaluation of rejected cases in an acceptance system With data envelopment analysis and goal programming , [2009] Journal of the operational research Society vol.(60) ,P (1411-1420) .
- 9- تقرير الإحصاءات البيئية للعراق لسنة 2009 ، جمهورية العراق / وزارة التخطيط / الجهاز المركزي للإحصاء / مديرية إحصاءات البيئة .