مقارنة طريقة جاك نايف مع طرائق أخرى لتقدير معلمة القياس لتوزيع ويبل باستخدام المحاكاة

A comparison between Jackknife

and other method for estimation of scale parameter of Weibull distribution by using simulation

م.د.إسماعيل هادي جلوب

الكلية التقنية الإدارية / بغداد

1-المستخلص

يعد توزيع ويبل من التوزيعات الواسعة التطبيق في الحياة العملية كما يعتبر من التوزيعات التي يمكن تطبيقها في مجالات عدة منها استخدامه في الهندسة الصناعية لتمثيل أوقات التسليم والتصنيع كما يستخدم للتنبؤ في الطقس كما إن

لـه استخدامات علمية أخرى منها دراسات المعولية ودوال البقاء في المجال الطبي وهندسة الاتصالات[8],[1] .

وفي هذا البحث تم تقدير معلمة القياس (scale parameter) لتوزيع ويبل إذ تم استخدام طريقة جاك نايف لهذا الغرض حيث تم الاعتماد على أولاً طريقة الإمكان الأعظم كمقدر أولي وسميت طريقة جاك نايف الأولى وثانيا على طريقة بيز كمقدر أولي وسميت طريقة جاك نايف الثانية وتم مقارنة هذه الطريقة مع طريقة بيز المعتمدة على معلومات جفري المسبقة Jeffrey prior information والطرائق الأخرى (الإمكان الأعظم , العزوم , المربعات الصغرى)وتطبيقها بقيم افتراضية لمعلمة الشكل (shape parameter) ومعلمة القياس(scale parameter) واستـُخدم لهذا الغرض حجوم العينات (100,50,30,20,10) إذ أظهرت النتائج تفوق طريقة الإمكان الأعظم وحصلت طريقة جاك نايف الثانية على المرتبة الثانية.

Abstract

Weibull distribution is considered as one of the most widely distribution applied in real life,

Its similar to normal distribution in the way of applications, it's also considered as one of the

distributions that can applied in many fields such as industrial engineering to represent replaced and manufacturing time , weather forecasting, and other

scientific uses in reliability studies and survival function in medical and communication engineering fields.

In this paper, The scale parameter has been estimated for weibull distribution using Jackknife in this purpose and nother first on Maximum likelihood estimator as a first method , then enhanced by improving Jeffery prior information and then used as a second method ,moreover another Bayesian method has been suggested based on Jeffery's method also, then a comparison between Bayesian methods with other methods (Maximum likelihood estimator, Moment ,least squares) has been made and then applied using supposed shape parameters, scale parameter , and constant c ,sample sizes (10,20,30,50,100) Finally the results showed the superiority of Maximum likelihood ,While the second jackknife estimation.

2-المقدمة وهدف البحث [2]

الكثير من الدراسات اجريت لطريقة Jackknife على صعيد الاستخدام لهذه الطريقة او على صعيد التعمق بدراسة هذه الطريقة ففي عام 1979 قام الباحث Efron باستخدام طريقة Jackknife كطريقة خطية تقريبية لطريقة Bootstrap [5] , وفي عام 1992 قام الباحث Shao باستعمال هذه الطريقة لتقدير M من المقدرات باستخدام طريقة نيوتن [11] ,وفي عام 2002 قام الباحثان Lee and Keum بمقارنة مقدر مثالي ثابت مع مقدر Jackknife لدالة المعولية في توزيع ويبل عندما تكون حجم العينة صغيرة [9] , وفي عام 2006 قام الباحثان Smith and Pontius باقتراح دالة لاحتساب الترتيب الأول الغير المكرر لمقدر Jackknife [12] , وفي 2011 قام الباحث Vongprasert وآخرون بالتعمق بدراسة طريقة Jackknife المكررة المرجحة والانحدار لتقدير البيانات المفقودة [13].

يهدف البحث إلى تقدير معلمة القياس باستخدام طرائق جاك نايف لتوزيع ويبل ومقارنتها مع طرائق الأخرى

(أسلوب بيز وطريقة الإمكان الأعظم والعزوم والمربعات الصغرى) لتحديد أفضلها .

3- طرائق التقدير

1- طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method [2][3] [7]

تعد خاصية الثبات(invariant) من الخصائص الجيدة لهذه الطريقة مما جعلها ذات كفاءة عالية ويمكن تعريف التقدير بهذه الطريقة على انه قيم المعلمات التي تجعل دالة الإمكان الأعظم في نهايتها العظمى .

لتكن (x1,x2,…..,xn) عينة عشوائية بحجم n مسحوبة من مجتمع تتوزع مفرداته بحسب دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل Weibull Distribution التي تحتوي على معلمتين (θ,η) وبافتراض ثبات الشكل (η):

$$f(x)=\frac{\eta}{\theta}x^{\eta-1}\exp[-\frac{x^{\eta}}{\theta}],x\geq 0 \qquad \text{.......................(1)}$$

إذ إن : η هي معلمة الشكل (shape parameter) وان $\eta>0$

θ هي معلمة القياس (scale parameter) وان $\theta>0$

$$L(x_1,x_2,..,x_n)=\frac{\eta^n}{\theta^n}\prod_{i=1}^{n}x_i^{\eta-1}\exp[-\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^{\eta}}{\theta}] \qquad \text{.................(2)}$$

$$\log L(x_1,x_2,..,x_n)=n\log\eta-n\log\theta+(\eta-1)\sum_{i=1}^{n}x_i^{\eta}-\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^{\eta}}{\theta} \qquad \text{...........(3)}$$

$$\frac{\partial\log L(x_1,x_2,..,x_n)}{\partial\theta}=-\frac{n}{\hat{\theta}}+\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^{\eta}}{\hat{\theta}^2}=0 \qquad \text{.......................(4)}$$

$$\hat{\theta}_{MLE}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^{\eta}}{n} \qquad \text{...........(5)}$$

2-**طريقة العزوم** Moment Method [7][3]

تعتبر هذه الطريقة من الطرائق التقليدية السهلة الاستخدام مما جعلها شائعة حيث أنها تعتمد على مساواة عزم المجتمع

المقدر μ_i مع عزم العينة m_r.

إن العزوم عبارة من إحصاءات , وهي دوال في العينة المشاهدة $(x_1,x_2,..,x_n)$ لذلك من الممكن استخدامها لتقدير المعلمات $(\alpha_1,\alpha_2,..,\alpha_n)$ بواسطة مجموعة المعادلات الآتية:

$$m'_j=\mu'_j(\alpha_1,\alpha_2,..,\alpha_n)$$

إذ إن: $j=1,2,..,n$

يمكن الحصول على تقدير لمعلمة القياس لتوزيع ويبل بطريقة العزوم حسب الأسلوب التالي :

$$EX = \theta^{\frac{1}{\eta}} (\frac{1}{\eta})! \qquad \text{.............................(6)}$$

وعليه فأن العزم الأول للعينة يساوي

$$\hat{M}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad \text{.............................(7)}$$

وبما إن العزم الأول للمجتمع =العزم الأول للعينة وعلية فأن:

$$\hat{\theta}^{\frac{1}{\eta}} (\frac{1}{\eta})! = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad \text{................................(8)}$$

$$\hat{\theta}^{\frac{1}{\eta}} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}}{(\frac{1}{\eta})!} \qquad \text{...............................(9)}$$

$$\hat{\theta}_{moment} = [\frac{\bar{x}}{(\frac{1}{\eta})!}]^{\eta} \qquad \text{...............................(10)}$$

إذ إن:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

3-**طريقة المربعات الصغرى** Least Square Method [3]

تعتمد طريقة المربعات الصغرى على تقليل مربعات الخطأ العشوائي للحصول على قيم تقديرية للمعالم a & b إي إن :

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^{\,2} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)^2 \qquad \text{.......................(11)}$$

وعند اخذ المشتقة للصيغة (11)النسبة للمعالم a & b ومساواتها للصفر نحصل على القيم التقديرية $\hat{a} \,\&\, \hat{b}$ وحسب الصيغة التالية:

$$\hat{b} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} - [\sum_{i=1}^{n} x_i]^2} \qquad \text{..........................(12)}$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \qquad \text{..........................(13)}$$

إذ إن: $\bar{y} \,\&\, \bar{x}$ تمثل الوسط الحسابي للمتغيرين y & x وعليه فأن دالة التوزيع التراكمية لتوزيع ويبل هي:

$$F(x_i) = 1 - \exp[-\frac{x_i^{\,\eta}}{\theta}] \qquad \text{.........................(14)}$$

$$1 - F(x_i) = \exp[-\frac{x_i^{\,\eta}}{\theta}]$$

$$\frac{1}{1 - F(x_i)} = \exp[\frac{x_i^{\eta}}{\theta}] \qquad \text{.................. (16)}$$

وبأخذ اللوغاريتم مرتين للطرفين نحصل على:

$$\log(\log(\frac{1}{1 - F(x_i)})) = -\log\theta + \eta\log(x_i) \qquad \text{.................. (17)}$$

إذ أن:

$$F(x_i) = \frac{i}{n+1} \qquad \text{..................... (18)}$$

إذ تم استخراج قيمة F(xi) التقديرية بالاعتماد على طريقة رتبة الوسط الحسابي من الجدول التالي [3]:

جدول رقم (1)

يبين طرائق تقدير $F(x_i)$

الطرائق	$F(x_i)$

$\frac{i}{n+1}$	رتبة الوسط الحسابي (Mean Rank)
$\frac{i-0.3}{n+0.4}$	رتبة الوسيط (Median Rank)
$\frac{i-0.5}{n}$	تماثل دالة c.d.f

وان $i =$ رُتب المتغير العشوائي x_i إذ ترتب بيانات المتغير العشوائي x_i ترتيب تصاعدي وتعطى البيانات المرتبة رُتب تصاعدية $(i = 1,2,..,n)$ وعليه فأن $\hat{y}$ تساوي

$$\therefore \hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 z_{i\,i} \qquad \text{......................(19)}$$

إذ إن:

$$\hat{y}_i = \log(\log(\frac{1}{1-\hat{F}(x_i)})$$

$$\hat{\beta}_0 = -\log\hat{\theta}$$

$$\hat{\beta}_1 = \eta$$

$$z_i = \log(x_i)$$

ولاستخراج قيمة $\hat{\theta}$ التقديرية بطريقة المربعات الصغرى لابد من إجراء عملية التحويل التالية:

$$\because \hat{\beta}_0 = -\log(\hat{\theta}) \qquad \text{......................... (20)}$$

$$\therefore -\hat{\beta}_0 = \log(\hat{\theta}) \qquad \text{.......................... (21)}$$

$$\therefore \hat{\theta}_{LS} = \exp[-\hat{\beta}_0] \qquad \text{.......................... (22)}$$

4-طريقة تقدير بيز باستعمال معلومات جفري المسبقة[4]

Bayes Method by Using Jeffrey Prior Information

افترض x1,x 2 ,….x n متغيرات عشوائية مسحوبة من عينة عشوائية بحجم n بدالة كثافة الاحتمالية (p.d.f)

Probability density function $f(x;\theta,\eta)$ والتي هي كما يلي:

$$f(x;\theta,\eta)=\frac{\eta}{\theta}x^{\eta-1}\exp(-\frac{x^{\eta}}{\theta}),x\geq 0 \qquad \text{.............................} (23)$$

إذ إن: η هي معلمة الشكل (shape parameter) وان $\eta>0$

θ هي معلمة القياس (scale parameter) وان $\theta>0$

حيث تعتمد طريقة بيز على معلومات جفري المسبقة Jeffrey prior information وكما يلي:

تفترض معلومات جفري المسبقة إن دالة $g(\theta)$ تتناسب طرديا مع الجذر ألتربيعي لمعلومات فيشر Fisher information وكما يلي :

$$g(\theta)\propto\sqrt{I(\theta)} \qquad \text{.............................} (24)$$

إذ إن: $I(\theta)$ هي معلومات فيشر(Fisher information) وان

$$I(\theta)=-nE\left(\frac{\partial^2\ln f(x;\theta,\eta)}{\partial\theta^2}\right) \qquad \text{.............................} (25)$$

$$I(\theta)=-nE\left(\frac{\partial^2\ln f(x;\theta,\eta)}{\partial\theta^2}\right)=\frac{n}{\theta^2} \qquad \text{...........................} (26)$$

$$g(\theta)=\frac{k\sqrt{n}}{\theta} \qquad \text{.............................} (27)$$

نستطع إيجاد تقدير بيز باستعمال معلومات جفري المسبقة بإيجاد التوزيع الشرطي الذي يعتمد على دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة والدالة الكثافة الاحتمالية الأحادية لذا فان التوزيع الشرطي هو كما يلي:

$$L(x_1,x_2,..,x_n)=\prod_{i=1}^{n}f(x;\theta,\eta)=\frac{\eta^n}{\theta^n}[\prod_{i=1}^{n}x^{\eta-1}]\exp[-\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i{}^{\eta}}{\theta}] \qquad \text{.................} (28)$$

لذا فأن الدالة الاحتمالية المشتركة هي:

$$H(x_1,x_2,.....,x_n;\theta,\eta)=\prod_{i=1}^{n}f(x;\theta,\eta)g(\theta)$$

$$= \frac{k\eta^n \sqrt{n}}{\theta^{n+1}} [\prod_{i=1}^{n} x_i^{\eta-1}] \exp[-\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\eta}}{\theta}] \qquad \text{......................} (29)$$

وعليه فأن دالة الكثافة الاحتمالية الأحادية $(x_1, x_2, ..., x_n)$ هي:

$$p(x_1, x_2, ..., x_n) = \int_0^{\infty} H(x_1, x_2, ..., x_n; \theta, \eta) d\theta$$

$$= k\eta^n \sqrt{n} [\prod_{i=1}^{n} x_i^{\eta}] \int_0^{\infty} \frac{1}{\theta^{n+1}} \exp[-\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\eta}}{\theta}] d\theta$$

وبعد التبسيط ينتج لنا :

$$= \frac{k\eta^n \sqrt{n} (n-1)!}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\eta})^n} \exp[(\eta - 1) \sum_{i=1}^{n} \ln x_i] \qquad \text{...............} (30)$$

وعليه فأن:

$$\prod(\theta \mid x_1, x_2, ..., x_n) = \frac{H(x_1, x_2, ..., x_n; \theta, \eta)}{p(x_1, x_2, ..., x_n)}$$

$$= \frac{\frac{k\eta^n \sqrt{n}}{\theta^{n+1}} \exp[(\eta - 1) \sum_{i=1}^{n} \ln x_i] \exp[-\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\eta}}{\theta}]}{\frac{k\eta^n \sqrt{n} (n-1)!}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\eta})^n} \exp[(\eta - 1) \sum_{i=1}^{n} \ln x_i]}$$

$$= \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\eta})^n \exp[-\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\eta}}{\theta}]}{\theta^{n+1} (n-1)!} \qquad \text{................................} (31)$$

وباستعمال دالة الخسارة والتي هي : $\ell(\hat{\theta}, \theta) = c(\hat{\theta} - \theta)^2$

وباستخدام دالة المخاطرة Risk function لإيجاد تقدير بيز

$$R(\hat{\theta},\theta)=E(\ell(\hat{\theta},\theta)) \quad \text{.............................. (32)}$$

$$=\int_0^\infty \ell(\hat{\theta},\theta)\prod(\theta\,|\,x_1,x_2,..,x_n)d\theta$$

$$=\int_0^\infty c(\hat{\theta}-\theta)^2 *[\frac{(\sum_{i=1}^n x_i{}^\eta)\exp[-\frac{\sum_{i=1}^n x_i{}^\eta}{\theta}]}{\theta^{n+1}(n-1)!}]d\theta$$

$$=\int_0^\infty (c\hat{\theta}^2-2c\hat{\theta}\theta+c\theta^2)*[\frac{(\sum_{i=1}^n x_i{}^\eta)\exp[-\frac{\sum_{i=1}^n x_i{}^\eta}{\theta}]}{\theta^{n+1}(n-1)!}]d\theta$$

وبعد فتح التكامل وإجراء التبسيط للمعادلة أعلاه ينتج:

$$=c\hat{\theta}^2-\frac{2c\hat{\theta}(\sum_{i=1}^n x_i{}^\eta)}{n-1}+\frac{c(\sum_{i=1}^n x_i{}^\eta)^2}{(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{\partial R(\hat{\theta},\theta)}{\partial\hat{\theta}}=2c\hat{\theta}-\frac{2c(\sum_{i=1}^n x_i{}^\eta)}{n-1}=0$$

$$\hat{\theta}_{Bayes}=\frac{\sum_{i=1}^n x_i{}^\eta}{n-1} \quad \text{... (33)}$$

5- **طريقة تقدير** Jackknife [12]

طبقت هذه الطريقة لأول مرة من قبل الباحث Quenouille في عام 1949 اذ يستخرج مقدر Jackknife كما يلي:

$$\hat{\theta}_{Jackknife}=n\hat{\theta}-(n-1)\hat{\theta}_* \quad \text{............................... (34)}$$

إذ إن:

$\hat{\theta}$:مقدر المعلمة حسب طريقة المعتمدة .

وان $\hat{\theta}_*$ تساوي $\hat{\theta}_* = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\theta}_i}{n}$

إذ يتم تقدير معلمة القياس حسب طريقة Jackknife بالاعتماد على طريقتين هما:

1- طريقة الإمكان الأعظم.

2- طريقة بيز.

إذ نشرح خطوات التقدير طريقة Jackknife بالاعتماد على طريقة الإمكان الأعظم وبالتالي هي نفس الخطوات بالاعتماد على طريقة بيز وكما يلي:

إذ أن:

$\hat{\theta}_{ML}$: مقدر المعلمة حسب طريقة الإمكان الأعظم.

$\hat{\theta}_i$ يتم إيجادها وفق الأسلوب التالي:

1- إيجاد $\hat{\theta}_1$ وذلك بحذف المتغير الأول x_1 من مجموعة المتغيرات $(x_1, x_2, .., x_n)$ وإيجاد $\hat{\theta}_1$ حسب طريقة الإمكان الأعظم بدون المتغير الأول.

2- إيجاد $\hat{\theta}_2$ وذلك بترجيع المتغير الأول x_1 إلى مجموعة المتغيرات $(x_1, x_2, .., x_n)$ وحذف المتغير الثاني x_2 من هذه المتغيرات وإيجاد $\hat{\theta}_2$ حسب طريقة الإمكان الأعظم بدون المتغير الثاني x_2.

3- وهكذا نستمر بإيجاد $\hat{\theta}_i$ إلى إن نجد $\hat{\theta}_n$.

4- إيجاد $\hat{\theta}_*$.

5- تطبيق صيغة Jackknife.

4-الجانب التجريبي

تم استخدام المحاكاة لغرض المقارنة بين الطرائق المختلفة تجريبيا , حيث يتميز هذا الأسلوب بالمرونة ويوفر الكثير

من الوقت والجهد والمال وفيه يتم توليد البيانات نظريا من دون الحصول عليها عمليا وأيضا دون الإخلال بدقة النتائج

المطلوبة وتتلخص هذه الطريقة بالخطوات التالية:

1- تحديد القيم الافتراضية: تم اختيار خمسة حجوم للعينـات هي(10, 20 ,30, 50 , 100) وتم تثبـيت معلـمة الشكل η عند 2 إي إن $(\eta = 2)$ واسُتخدم قيم افتراضية لمعلمة القياس θ وهي , 1.2 , 1.7 , 2.2) 0.7).

2- **توليد البيانات**:

1- تم توليد قيم المتغير العشوائي xi وفق طريقة التحويل العكسي وفق الصيغة التالية [10]:

بما إن دالة c.d.f لتوزيع ويبل هي:

$$F(x) = 1 - \exp[-\frac{x^{\eta}}{\theta}] \quad \text{.................................} (35)$$

$$u_i = 1 - \exp[-\frac{x_i^{\eta}}{\theta}] \quad \text{.................................} (36)$$

$$\frac{x_i^{\eta}}{\theta} = -\log(u_i) \quad \text{.................................} (37)$$

$$x_i = [-\theta \log(u_i)]^{\frac{1}{\eta}} \quad \text{.................................} (38)$$

2- تم استخدام القيم المتغير xi في الصيغ المتوصل إليها في نتائج التقدير النظرية في الجانب النظري.

3- في طريقة المربعات الصغرى كانت الخطوات المتبعة هي كما يلي:

1- ترتيب قيم المتغير العشوائي xi ترتيب تصاعدي.

2- إعطاء رُتب تصاعدية (i=1,2,..,n)للقيم المتغير العشوائي المرتبة ترتيب تصاعدي.

3- تقدير قيمة $F(x_i)$ وذالك بالاعتماد على الصيغة التالية:

$$F(x_i) = \frac{i}{n+1} \quad \text{.................................} (39)$$

4- إذ إن $\hat{\beta}_1 = \eta$

5- تم تقدير $\hat{\beta}_0$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{z} \quad \text{.............................} (40)$$

6- تم إيجاد قيمة θ وفق الصيغة التالية:

$$\hat{\theta}_{LS} = \exp[-\hat{\beta}_0] \qquad .... (41)$$

4- مقياس المقارنة:تم الاعتماد على مقياس متوسط مربعات الخطأ وفق الصيغة التالية:

$$MSE(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{i=1}^{L}(\hat{\theta}-\theta)^2}{L} \qquad .... (42)$$

إذ إن:

L= عدد مرات التجربة

$\hat{\theta}$=مقدر الطريقة المعتمدة

θ=القيمة حسب الأسلوب المستخدم

إذ تم تكرار التجربة إلى (1000) مرة

5-الاستنتاجات

1- أظهرت نتائج البحث بأن طريقة تقدير الإمكان الأعظم هي الأفضل من بقية طرائق التـــقدير الأخرى بالنسبة لأغلب القيم الافتراضية ولحجوم العينات (20,10 , 30 , 50 , 100).

2- في حجوم العينات الصغيرة (10 , 20) تتساوى طريقة الإمكان الأعظم مع طريقة جاك نايف الأولى بالنسبة للقيم الافتراضية (1.7,0.7) بينما تقترب نتائج طريقة جاك نايف الأولى مع طريقة الإمكان الأعظم للقيم الافتراضية الأخرى بدرجة كبيرة ولجميع حجوم العينات.

3- حصلت طريقة جاك نايف الثانية على المرتبة الأخيرة بالنسبة لجميع القيم الافتراضية ولجميع حجوم العينات.

4- بينت النتائج بأن مجموع مربعات الخطأ MSE يقل كلما ازداد حجم العينة وهذا يتفق مع النظرية الإحصائية.

6- التوصيات

1- يوصي الباحث باعتماد طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معلمة القياس لتوزيع ويبل.

2- يوصي الباحث بتوسيع نطاق الدراسة لتشمل تقدير المعلمتين لتوزيع ويبل بالاعتماد على طرائق بيزية وتقليدية.

7- الجداول

الجداول أدناه تبين نتائج التقدير لحجوم العينات (10 , 20 , 30 , 50 , 100) وكما يلي:

جدول رقم (1)

يبين نتائج التقدير لمجموع مربعات الخطأ لمعلمة القياس لعينة حجمها (10)

θ	η	**طريقة بيز**	**طريقة الإمكان الأعظم**	**طريقة العزوم**	**طريقة المربعات الصغرى**	**طريقة جاك نايف الأولى**	**طريقة جاك نايف الثانية**	**الأفضل**
0.7	**2**	**6.675804E-02**	**4.828544E-02**	**5.037541E-02**	**0.0729775**	**4.828544E-02**	**0.6379001**	**طريقة الإمكان الأعظم+ طريقة جاك نايف الأولى**
1.2	**2**	**0.1961868**	**0.1419001**	**0.148042**	**0.2144647**	**0.1419**	**1.874646**	**طريقة جاك نايف الأولى**
1.7	**2**	**0.3937359**	**0.2847857**	**0.2971119**	**0.4304187**	**0.2847857**	**3.762311**	**طريقة الإمكان الأعظم+ طريقة جاك نايف الأولى**
2.2	**2**	**0.659406**	**0.476942**	**0.4975858**	**0.7208388**	**0.4769418**	**6.300808**	**طريقة جاك نايف الأولى**

جدول رقم (2)

يبين نتائج التقدير لمجموع مربعات الخطأ لمعلمة القياس لعينة حجمها (20)

θ	η	طريقة بيز	طريقة الإمكان الأعظم	طريقة العزوم	طريقة المربعات الصغرى	طريقة جاك نايف الأولى	طريقة جاك نايف الثانية	الأفضل
0.7	2	2.783127E-02	2.368844E-02	3.573119E-02	3.766629E-02	2.368844E-02	0.5493196	**طريقة الإمكان الأعظم+** طريقة جاك نايف الأولى
1.2	2	8.178978E-02	6.961509E-02	0.1050059	0.1106929	6.961495E-02	1.614328	طريقة جاك نايف الأولى
1.7	2	0.1641476	0.1397136	0.210741	0.2221544	.1397136	3.239864	**طريقة الإمكان الأعظم+** طريقة جاك نايف الأولى
2.2	2	0.2749048	0.2339842	0.3529363	0.3720509	0.2339843	5.425939	طريقة الإمكان الأعظم

جدول رقم (3)

يبين نتائج التقدير لمجموع مربعات الخطأ لمعلمة القياس لعينة حجمها (30)

θ	η	طريقة بيز	طريقة الإمكان الأعظم	طريقة العزوم	طريقة المربعات الصغرى	طريقة جاك نايف الأولى	طريقة جاك نايف الثانية	الأفضل
0.7	2	1.834267E-02	1.638214E-02	0.0306509	0.0254981	1.638215E-02	0.5271443	طريقة الإمكان الأعظم
1.2	2	0.053905	4.814344E-02	9.007613E-02	7.493315E-02	4.814343E-02	1.549155	طريقة جاك نايف الأولى
1.7	2	0.1081844	9.662126E-02	0.1807777	0.1503869	9.662131E-02	3.109073	طريقة الإمكان الأعظم
2.2	2	0.1811806	0.1618154	0.3027558	0.2518589	0.1618155	5.206883	طريقة الإمكان الأعظم

جدول رقم (4)

يبين نتائج التقدير لمجموع مربعات الخطأ لمعلمة القياس لعينة حجمها (50)

θ	η	طريقة بيز	طريقة الإمكان الأعظم	طريقة العزوم	طريقة المربعات الصغرى	طريقة جاك نايف الأولى	طريقة جاك نايف الثانية	الأفضل
0.7	2	1.105634E-02	1.033526E-02	2.791983E-02	1.661476E-02	1.033533E-02	0.5111539	طريقة الإمكان الأعظم
1.2	2	3.249213E-02	3.037305E-02	8.205011E-02	0.0488271	0.0303729	1.502167	طريقة الإمكان الأعظم
1.7	2	6.520992E-02	6.095701E-02	0.16467	9.799321E-02	6.095706E-02	3.014764	طريقة الإمكان الأعظم
2.2	2	0.1092097	0.1020871	0.2757796	0.1641133	0.1020867	5.048944	طريقة جاك نايف الأولى

جدول رقم (5)

يبين نتائج التقدير لمجموع مربعات الخطأ لمعلمة القياس لعينة حجمها (100)

θ	η	طريقة بيز	طريقة الإمكان الأعظم	طريقة العزوم	طريقة المربعات الصغرى	طريقة جاك نايف الأولى	طريقة جاك نايف الثانية	الأفضل
0.7	2	5.396117E-03	5.240376E-03	2.570366E-02	8.348946E-03	5.240478E-03	0.5001505	طريقة الإمكان الأعظم
1.2	2	1.585798E-02	0.0154003	7.553732E-02	2.453569E-02	1.540041E-02	1.469844	طريقة جاك نايف الأولى
1.7	2	0.0318261	3.090756E-02	0.1515993	0.0492418	3.090788E-02	2.949903	طريقة الإمكان الأعظم
2.2	2	5.330047E-02	5.176212E-02	0.2538893	8.246767E-02	5.176182E-02	4.940293	طريقة جاك نايف الأولى

8- المصادر

1- ألبياتي,حسام نجم عبود , (2002) ,"مقارنة تقدير لنموذج ويبل للفشل باستخدام المحاكاة "أطروحة دكتوراه, كلية الإدارة والاقتصاد , جامعة بغداد.

2- هرمز,أمير حنا ,(1990) ,"الإحصاء الرياضي",كلية الإدارة والاقتصاد ,مطبعة جامعة الموصل.

3- Al Fawzan ,M.,(2000),"Methods for Estimating the Parameters of the Weibull distribution ,Saudi Arabia ,King Abdulaziz city for Science and Technology.

4- Al Omari , Mohammed , Salim ,H. and Akma,N.,(2010),"comparison of the Bayesian and Maximum Likelihood Estimation for the Weibull Distribution" ,Journal of Mathematics and Statistics,p.100-104.

5- Efron,B.,(1979),"The 1977 Rietz lecture Bootstrap Methods :Another look at the jackknife", the Annals of Statistics Vol.7 PP 1-26.

6- Evans, M.,Hastings, N. and Peacock,B.,(1993),"Statistical Distribution",John Wiley &sons , INC.

7- Gamerman ,D. and Migon,H.S.,(1999),"Statistical inference an integrated Approach",Arnold a member of the Hodder Headline Group.

8-HTTP://www.wikipedia. com/Weibull distribution.

9- Lee ,I.,S. and Keum,Y.,(2002),"On Jackknife Reliability Estimation in the Weibull Case(1)",Journal of Korean,vol.13 pp 39-44.

10- Melamed ,B. and Rubinstein, (1998),"Modern Simulation and Modeling "John Wiley & Sons,INC.

11- Shao,J.,(1992),"One- Step Jackknife for M-Estimations computed using Newton Method", Annals Inst.Statistics Mathematics vol.44 pp 687-701.

12- Simith,D.C. and Pontius,S.J.,(2006),"Jackknife Estimator of species Richness with S-Plus", Journal of statistical software, journal 2006,volume15.

13- Vongprasert,J., Ard,B.,Piromjitpoug,S. and Shutiman,N.,(2011),"The Development of Iterated Weighted Jackknife Method and Regression (IWJR) for Estimating Missing Data",European Journal of Social Sciences , vol.25.