

حساب عناصر المصفوفة المختزلة و احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب للنوى شديدة التشوه ذات التناظر الديناميكي SU(3)

ايمان طارق العلوي و عطاء علي حسن
قسم الفيزياء/ كلية العلوم /الجامعة المستنصرية

تاريخ تقديم البحث 2008/3/2 - تاريخ قبول البحث 2009/6/3

ABSTRACT

In this work, the Interacting Boson Model (IBM-1) is used to study and to calculate the electric quadrupole transitions probability $B(E2)$, and the reduced matrix element of electric quadrupole transitions operator $\langle L_f || \hat{T}^{(E2)} || L_i \rangle$ for strongly deformed nuclei with mass number ($A=170,174,182$) for even-even (${}^{170}_{68}\text{Er}$, ${}^{174}_{72}\text{Hf}$, ${}^{182}_{74}\text{W}$) nuclei respectively. These nuclei are belong to the SU(3) dynamical symmetry.

The calculated results are compared with the available experimental data and they found to be in a good agreement .

الخلاصة

تم خلال البحث الحالي استخدام نموذج البوزونات المتفاعلة الاول (IBM-1) لدراسة وحساب احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب $B(E2)$ وحساب قيم عناصر المصفوفة المختزلة لمؤثر الانتقال الكهربائي رباعي القطب $\langle L_f || \hat{T}^{(E2)} || L_i \rangle$ للنوى شديدة التشوه ذات الأعداد الكتلية ($A=170,174,182$) لكل من الانوية الزوجية-زوجية (${}^{170}_{68}\text{Er}$, ${}^{174}_{72}\text{Hf}$, ${}^{182}_{74}\text{W}$) ذات التناظر الديناميكي SU(3) لكل نواة. لقد تمت مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها مع النتائج العملية المتوفرة و كانت متطابقة بشكل جيد.

المقدمة

تعتمد الحركة الجماعية النووية (Nuclear Collective Motion) على شكل النواة، فاذا كانت النواة كروية فتتميز بان لها طيفاً اهتزازياً (Vibrational Spectrum). والنوى ذات الاغلفة المغلقة تتميز بهذا النوع من الحركة، حيث تكون المادة النووية عبارة عن مائع مشحون ذو انسياب متجانس والاهتزازات السطحية (Surface Vibrations) ناتجة عن حركة النيوكليونات من منطقة الى اخرى ويحتاج هذا النوع من الحركة الى طاقات قليلة. كذلك يمكن اعتبار نمط الانضغاط (Compression Mode) نوع من هذه الحركة الاهتزازية حيث يحدث في النوى الكروية على فرض ان الاهتزاز يحصل بتغيير نصف قطر النواة حول قيمة معينة لنصف قطر النواة الكروية.

اما حركة تذبذب ثنائي القطب (Dipole Oscillation) فتحدث في النوى الكروية والمشوهة ويكون تذبذب المائع البروتوني باتجاه معاكس للمائع النيوتروني.

اما اذا كانت النواة مشوهة (Deformed Nucleus) فانها ستدور حول محور معين لكي تحافظ على الزخم الزاوي (Angular Momentum). ومن اهم الاشكال المشوهة هو الشكل الاهليلجي (Ellipsoidal) ويكون اما اهليلجياً متطاولاً (Prolate) او اهليلجياً مفلطحاً (Oblate).

فاذا كان الدوران حول محور عمودي على محور التناظر فيسمى بالدوران المتطاول (Prolate Rotation) اما اذا كان الدوران حول محور موازي لمحور التناظر فيسمى بالدوران المفلطح (Oblate Rotation) [1,2].

ان توزيع الشحنات داخل النواة ينتج عزمياً كهربائياً ومغناطيسية متعددة القطبية تتحدد بواسطة (2^L) حيث L يمثل العدد الكمي المداري، فعندما تكون قيمة $(L=0)$ فان الحركة

ايمان و عطاء

المدارية تساوي صفر، وهذا يعني وجود مجال كهربائي احادي القطبية (Monopole) وهو المجال الكولومي الناتج عن التوزيع الكروي المنتظم للشحنة الكهربائية (بروتونات) في النواة، وعندما تكون قيمة $(L=1)$ فهذا يعني وجود حركة مدارية للشحنات الكهربائية، ينتج عنها مجال مغناطيسي ثنائي القطب (Dipole) ويمكن تطبيق الامر نفسه في حالة العزوم الكهربائية رباعية القطب، والعزوم المغناطيسية ثمانية القطب ويعتمد حساب احتمالية الانتقال الكهربائي رباعي القطب $B(E2)$ (Electric Quadrupole Transition Probability) على حساب عناصر المصفوفة المختزلة $\langle L_f || \hat{T}^{(E2)} || L_i \rangle$ (Reduced Matrix Elements) لمؤثر الانتقال الكهربائي رباعي القطب [3,4].

في عام (2003) اهتم (Duguet) وجماعته [5] بحساب احتمالات الانتقالات الكهربائية رباعية القطب $B(E2)$ وقد كانت قيمته صغيرة جداً للمستويات المتهيجة خلال الحزم الدورانية (Rotational Bands) واهتموا ايضاً بحساب العزوم رباعية القطب الذاتية الحزم الدورانية (Quadrupole Moment Intrinsic) وبينوا ان سبب وجود التراكيب المشوهة (Deformed Nuclear Structure) يعود للبروتونات والنيوترونات التي تكون خارج اللب (Core) والعاجزة عن الحركة (اي الخاملة) والتي لا تشارك في تفاعل الازدواج والتفاعلات رباعية القطب. وفي عام (2008) ايضاً قام (Smith) وجماعته [6] بدراسة التناظرات الانتقالية (Transitional Symmetries) وقد حسبوا قيم احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب $B(E2)$ بين المستوي الارضي والمستوي الاول 2^+ للنوى الترابية النادرة (Rare-Earth) الزوجية-زوجية باختلاف العدد الكتلي (A) وحسبوا ايضاً قيم احتمالية الانتقالات المغناطيسية ثنائية القطب $B(M1)$ لنفس النوى.

الاسس النظرية

اقترح نموذج البوزونات المتفاعلة (IBM) (Interacting Boson Model) في عام (1974) من قبل (Arima and Iachello) [3]. وفي هذا النموذج يتم وصف المستويات التجميعية الواطئة (Low Lying Collective States) للنوى المتوسطة والثقيلة (الزوجية-زوجية) والبعيدة عن المدارات المغلقة والمسيطر عليها بواسطة تهيجات البروتونات والنيوترونات التكافؤية (Valance Nucleons) اي النيوكليونات التي تقع خارج ابعاد مدار مغلق في النواة، لتكون جسيمات مزدوجة متماثلة من البروتونات او النيوترونات والتي تسمى بالبوزونات ذات زخوم زاوية 0 او 2 ($j=0,2$) حسب الحالة التي يكون فيها البوزون، فالبوزون ذو الزخم الزاوي ($j=0$) يسمى بـ (s-boson) ويرمز له (N_π) ، بينما الذي يمتلك زخماً زاوياً ($j=2$) يرمز له (N_ν) ويسمى بـ (d-boson) وان العدد الكلي للبوزونات هو $(N=N_\pi+N_\nu)$ [3, 7,8].

حيث ان N_π تمثل عدد البوزونات من نوع بروتون-بروتون. و N_ν تمثل عدد البوزونات من نوع نيوترون-نيوترون. ان معادلة مؤثر الانتقال الكهربائي رباعي القطب وفق نموذج (IBM-1) تعطى بالعلاقة الاتية [3, 7,8,9]:

$$\hat{T}_m^{(E2)} = \alpha_2 [\hat{d}^\dagger \times \hat{s} + \hat{s}^\dagger \times \hat{d}]_m^{(2)} + \beta_2 [\hat{d}^\dagger \times \hat{d}]_m^{(2)} \quad \dots(1)$$

حيث ان β_2, α_2 هي اعلومات تستخدم في نموذج (IBM-1) لحساب مؤثر الانتقال الكهربائي رباعي القطب مقاساً بوحدات (eb) (Electron Barn). اما احتمالية الانتقال الكهربائي رباعي القطب فتكتب بالشكل الاتي [3,7,8]:

$$B(E2; L_i \rightarrow L_f) = \frac{1}{(2L_i + 1)} |\langle L_f || \hat{T}^{(E2)} || L_i \rangle|^2 (eb)^2 \quad \dots(2)$$

اما عن قواعد الانتقاء (Selection Rules) للانتقالات الكهربائية والمغناطيسية بصورة عامة فان شروط انبعاث اشعة كاما متعددة الاقطاب يجب ان تحقق العلاقة التالية [10,11]:

$$|L_i - L_f| \leq L \leq (L_i + L_f) \quad (\text{no } L=0) \quad \dots(3)$$

$$\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^L \quad (\text{Electric Multipoles Transitions}) \quad \dots(4)$$

$$\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^{L+1} \quad (\text{Magnetic Multipoles Transitions}) \quad \dots(5)$$

وان الانتقالات متعددة الاقطاب تخضع لاحدى المجموعتين الآتيتين:

$$M1, E2, M3, E4, M5 \quad \text{for } \pi_i \cdot \pi_f = +1 \quad \dots(6)$$

$$E1, M2, E3, M4, E5 \quad \text{for } \pi_i \cdot \pi_f = -1 \quad \dots(7)$$

وفي حالة استخدام الاعداد الكمية لنموذج (IBM-1) فان قواعد الانتقاء (Selection Rules) للانتقالات الكهربائية القطب بالنسبة للتناظر الديناميكي SU(3) بين المستويات LM_L هي كالآتي [3, 7,8,9]:

$$\Delta\lambda=0, \quad \Delta\mu=0 \quad \dots(8)$$

اما (λ, μ) فهي عبارة عن تمثيلات غير قابلة للاختزال للزمرة SU(3) (Irreducible Representation of SU(3)). وان L و M_L تمثلان الزخم الزاوي ومسقطه على المحور z على التوالي، وان $\tilde{\chi}$ هو عدد كمي اضافي لـ Vergados [3,7,8] له علاقة بمسقط الزخم الزاوي.

النتائج و المناقشة

لقد تم كتابة برنامج (IBMT.for) من اجل الحصول على عناصر المصفوفة المختزلة لمؤثر الانتقال الكهربائي رباعي القطب $\langle L_f \| \hat{T}^{(E2)} \| L_i \rangle$ وقيم احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) وفقاً للمعادلات (1)، (2) على الترتيب. حيث تم برمجة هاتين المعادلتين بلغة (Fortran90) وباستخدام البرنامج التشغيلي (Compaq Visual Fortran V6.6). ان الاعداد β_2, α_2 تستخدم لتغذية برنامج (IBMT.for) كمداخلات لحساب $\langle L_f \| \hat{T}^{(E2)} \| L_i \rangle$ و B(E2) اضافة الى تغذيته بقيم المتجهات الذاتية (Eigen Vectors) المحسوبة في العمل الحالي.

حيث تم تحديد المستوي الابتدائي والنهائي (L_i, L_f) لهذه الانتقالات والعدد الكلي للبورونات لكل نواة كما ويتم تغذيته ايضاً بملف ادخال معاملات الفصل (CFP) (Coefficient of Fractional Parentage) الذي تم إعداده في العمل الحالي لهذا الغرض. ويعتمد برنامج (IBMT.for) بصورة مباشرة على قواعد الانتقاء الخاصة بالانتقالات المغناطيسية، المعادلات (2-3-7).

الجدول (1) يبين قيم أعلامات (α_2, β_2) معادلة (1) والتي تم تحديد قيمها بالاعتماد على القيم العملية لأهم انتقالات كهربائية $(2_1^+ - 0_1^+)$ و $(4_1^+ - 2_1^+)$ و $(6_1^+ - 4_1^+)$ و $(8_1^+ - 6_1^+)$ و $(10_1^+ - 8_1^+)$ و $(12_1^+ - 10_1^+)$ المتوفرة [12,13] ومن خلالها تم حساب عناصر المصفوفة المختزلة $\langle L_f \| \hat{T}^{(E2)} \| L_i \rangle$ واحتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) حسب قواعد الانتقاء وكانت النتائج التي تم الحصول عليها مقاربة جداً للقيم العملية للأنوية $(^{170}_{68}\text{Er}_{102}, ^{174}_{72}\text{Hf}_{102}, ^{182}_{74}\text{W}_{108})$ وعلى الترتيب.

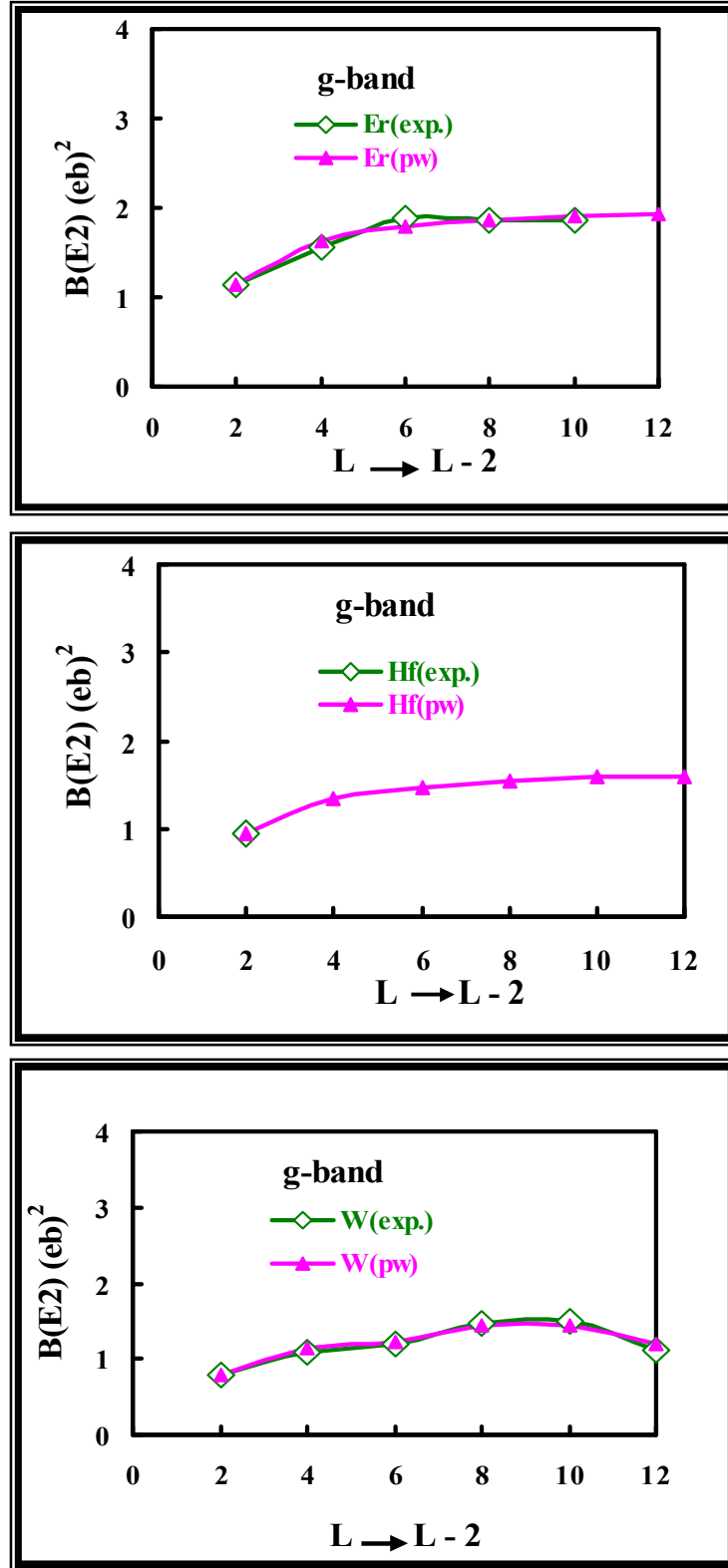
جدول-1: قيم معلومات عناصر المصفوفة المختزلة $\langle L_f || \hat{T}^{(E2)} || L_i \rangle$ باستخدام برنامج (IBMT.for).

Nuclei	Dynamical Symmetry	N_π	N_ν	N	$\alpha_2(\text{eb})$	$\beta_2(\text{eb})$
$^{170}_{68}\text{Er}_{102}$	SU(3)	7	10	17	0.1525	0.0356
$^{174}_{72}\text{Hf}_{102}$	SU(3)	5	10	15	0.1382	0.0306
$^{182}_{74}\text{W}_{108}$	SU(3)	4	9	13	0.1535	0.0296

الشكل (1) يبين العلاقة بين احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) كدالة لتغير الزخم الزاوي $L \rightarrow L-2$ في الحزمة الأرضية (g-band) للانتقالات $(2_1^+ - 0_1^+)$ و $(6_1^+ - 4_1^+)$ و $(10_1^+ - 8_1^+)$ و $(12_1^+ - 10_1^+)$ للأنوية $(^{170}\text{Er}_{102}, ^{174}\text{Hf}_{102}, ^{182}\text{W}_{108})$ حيث تراوحت نسب الخطأ بين القيم العملية والنظرية لهذه الانتقالات المبنية أعلاه لنواة $(^{170}\text{Er}_{102})$ بين (-0.05% و 4.5%) ، في حين بلغت نسبة الخطأ للانتقال $(2_1^+ - 0_1^+)$ في نواة $(^{174}\text{Hf}_{102})$ (0.13%) لتوفر قيمة عملية واحدة لهذا الانتقال فقط . بينما كانت نسبة الخطأ للانتقالات الحزمة الأرضية المبنية أعلاه لنواة $(^{182}\text{W}_{108})$ بين (0.23-7.59%) . أما الشكل (2) فيبين العلاقة بين احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) كدالة لتغير الزخم الزاوي $L \rightarrow L-2$ لحزمة بيتا (β -band) للأنوية $(^{170}\text{Er}_{102}, ^{174}\text{Hf}_{102}, ^{182}\text{W}_{108})$ للقيم النظرية فقط المحسوبة في العمل الحالي لعدم توفر قيم عملية لحزمة بيتا ، ونلاحظ زيادة احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) بزيادة التغير في الزخم الزاوي .

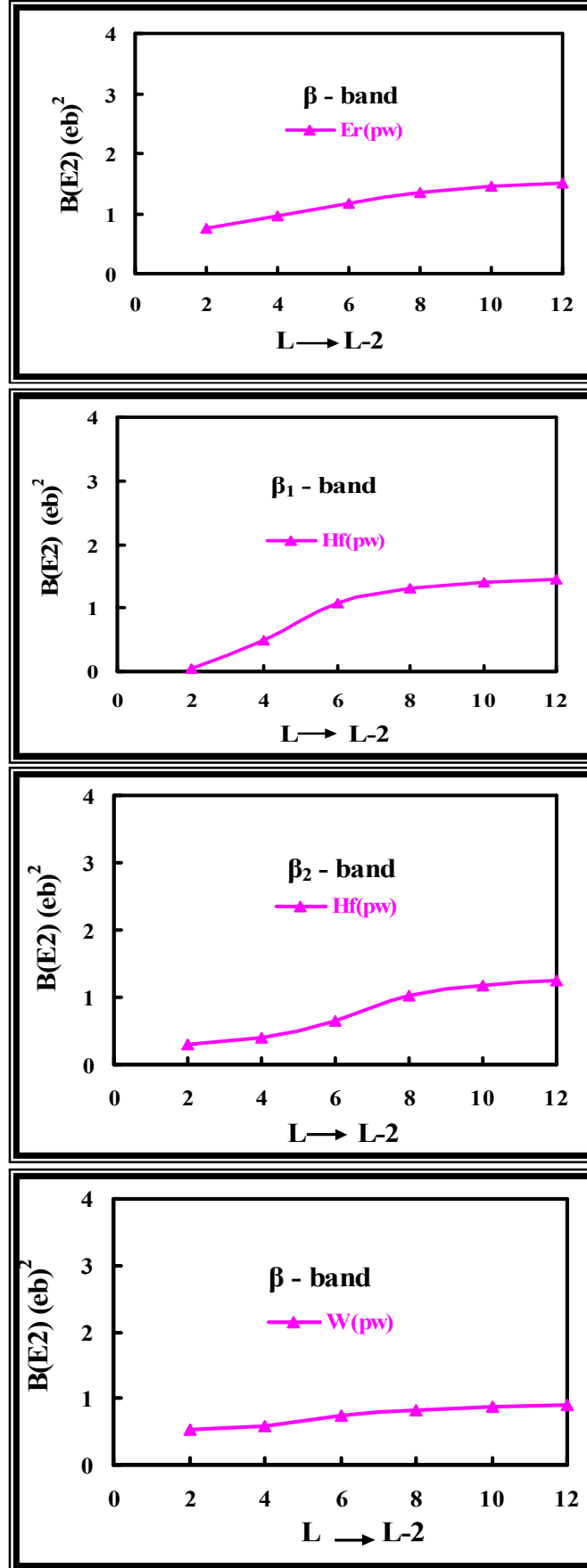
والشكل (3) يبين العلاقة بين احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) كدالة لتغير كدالة لتغير الزخم الزاوي $L \rightarrow L-1$ لحزمة كاما (γ -band) للأنوية $(^{170}\text{Er}_{102}, ^{174}\text{Hf}_{102}, ^{182}\text{W}_{108})$ ولانتقالات $(3_1^+ - 2_1^+)$ و $(4_1^+ - 3_1^+)$ و $(5_1^+ - 4_1^+)$ و $(6_1^+ - 5_1^+)$ و $(7_1^+ - 6_1^+)$ و $(8_1^+ - 7_1^+)$ وللقيم النظرية المحسوبة في العمل الحالي لعدم توفر قيم عملية لحزمة كاما . ونلاحظ أيضا إن احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) تزداد بزيادة التغير في الزخم الزاوي . للانتقال $(4_3^+ - 3_1^+)$ و $(3_1^+ - 2_3^+)$ في نواة $(^{170}\text{Er}_{102})$ ثم تنخفض بزيادة الزخم الزاوي. أما في نواة $(^{174}\text{Hf}_{102})$ فنلاحظ إن قيم الانتقالات الكهربائية رباعية القطب تتباين قيمها بين $(B(E2)=0.0279-0.1839(\text{eb})^2)$ لجميع الانتقالات الكامية في حزمة كاما $(3_1^+ - 2_3^+)$ و $(4_3^+ - 3_1^+)$ و $(5_1^+ - 4_3^+)$ و $(6_3^+ - 5_1^+)$ و $(7_1^+ - 6_3^+)$ و $(8_3^+ - 7_1^+)$ و كما واضح في الشكل (3) . في حين تنخفض قيم B(E2) في حزمة كاما ولنواة $(^{182}\text{W}_{108})$ من $(B(E2;3_1^+ - 2_3^+)=1.1424(\text{eb})^2)$ إلى $(B(E2;8_2^+ - 7_1^+)=0.1872(\text{eb})^2)$ وكما واضح في الشكل (3) أيضا. إن هذا الاختلاف يعزى إلى اختلاف قيم المتجهات الذاتية (Eigen Vectors) التي حصلنا عليها عند عملية التطابق (Fitting) للحصول على القيم الذاتية (Eigen Values) أيضا من برنامج (IBS1.for) ولقلة القيم العملية أو انعدامها لهذه الحزمة. الشكل (4) يبين العلاقة بين احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) و مربع عناصر المصفوفة المختزلة $|\langle L_f || \hat{T}^{(E2)} || L_i \rangle|^2$ في الحزمة الأرضية (g-band) ولحزمة بيتا (β -band) في الشكل (5) ولحزمة كاما (γ -band) في الشكل (6) للأنوية $(^{170}\text{Er}_{102}, ^{174}\text{Hf}_{102}, ^{182}\text{W}_{108})$ على الترتيب . ونلاحظ من جميع الأشكال بان احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب

B(E2) تزداد بزيادة قيم مربع عناصر المصفوفة المختزلة $\langle L_i | \hat{T}^{(E2)} | L_f \rangle^2$ و هذا يتفق مع صيغة (2). و أظهرت النتائج توافق جيد بين القيم العملية (المتوفرة للحزمة الأرضية فقط) [12] والقيم النظرية المحسوبة كما واضح في الشكل (4).

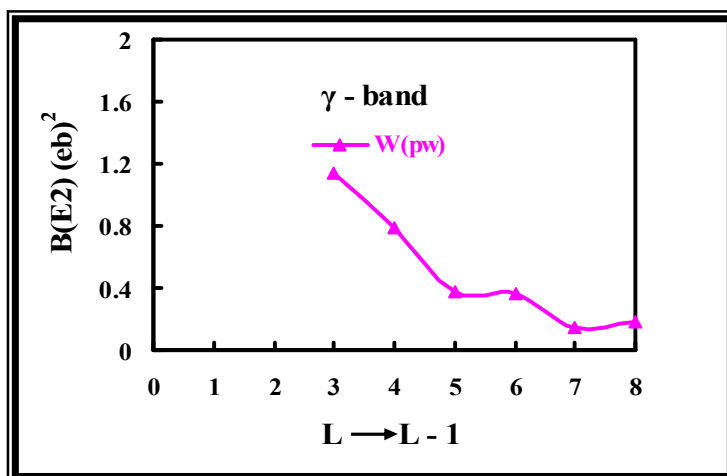
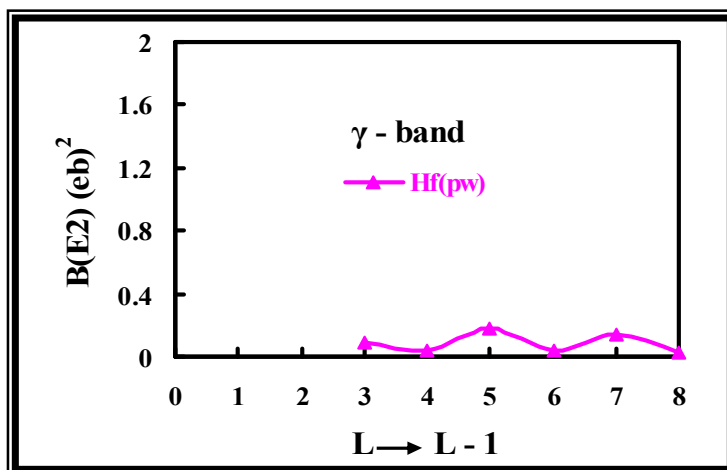
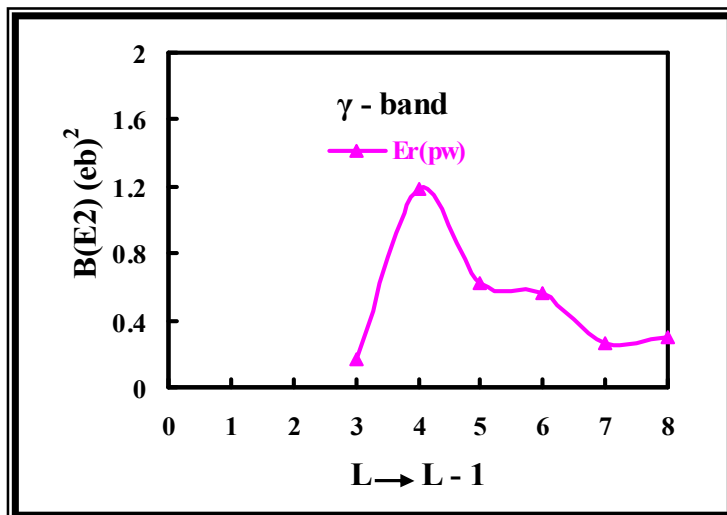


شكل-1 : احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) كدالة لتغير الزخم الزاوي للحزم الأرضية للأنوية $\text{Er}(A=170)$, $\text{Hf}(A=174)$, $\text{W}(A=182)$.

ايمان و عطاء

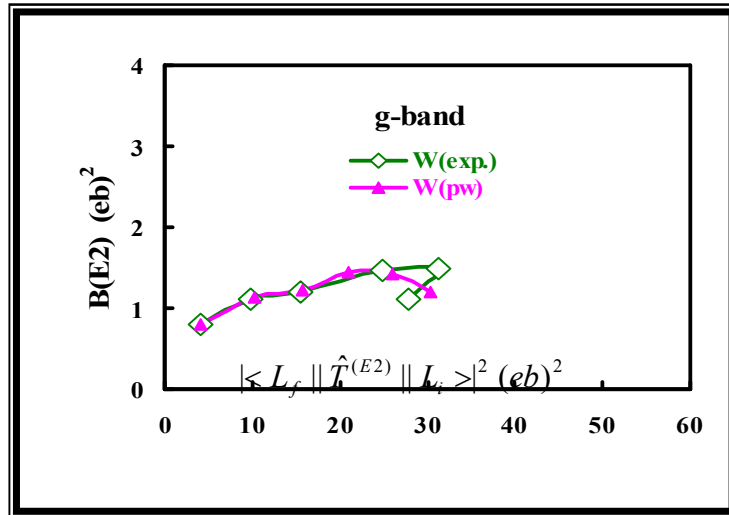
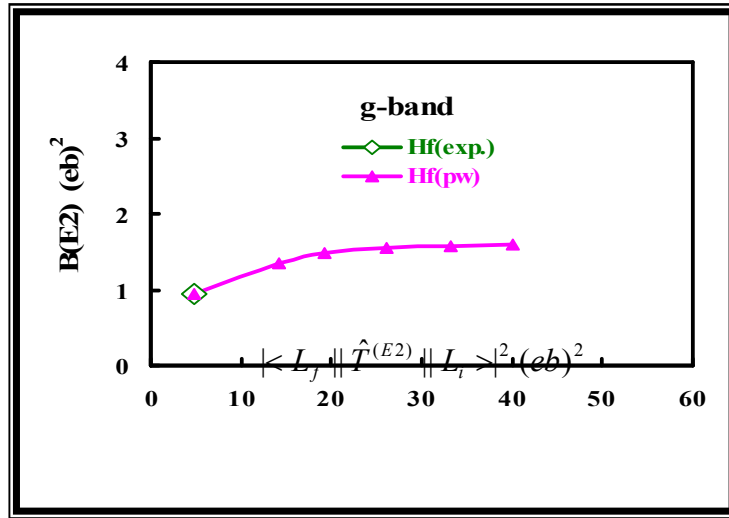
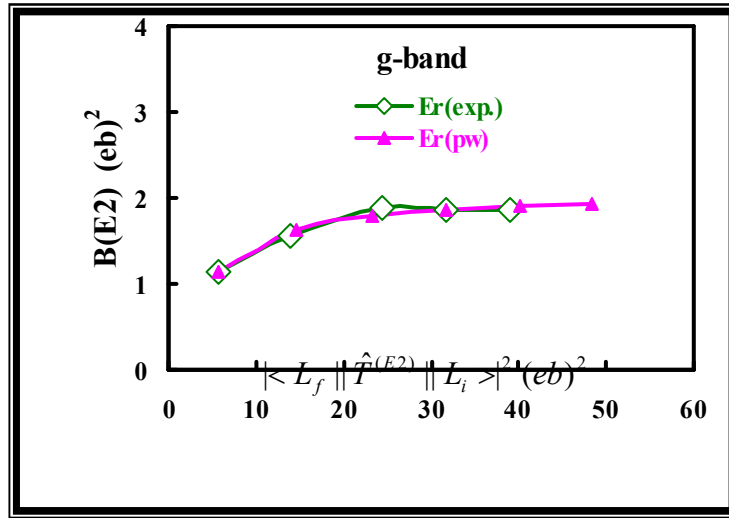


شكل 2- : احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب $B(E2)$ كدالة لتغير الزخم الزاوي لحزمة بيتا
للانوية $Er(A=170), Hf(A=174), W(A=182)$

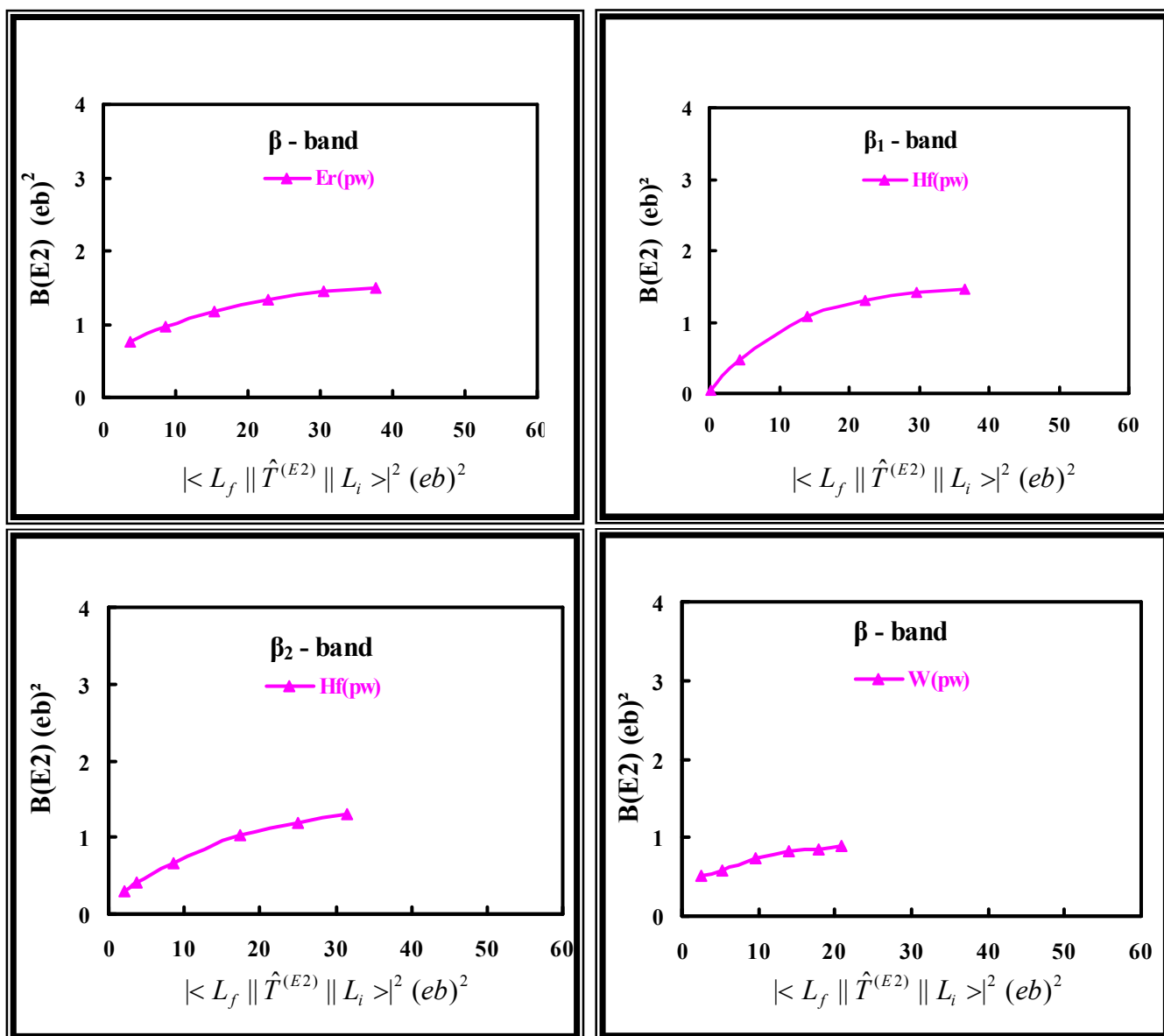


شكل 3- : احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) كدالة لتغير الزخم الزاوي لحزمة كما للأنوية Er(A=170), Hf(A=174), W(A=182).

ايمان و عطاء

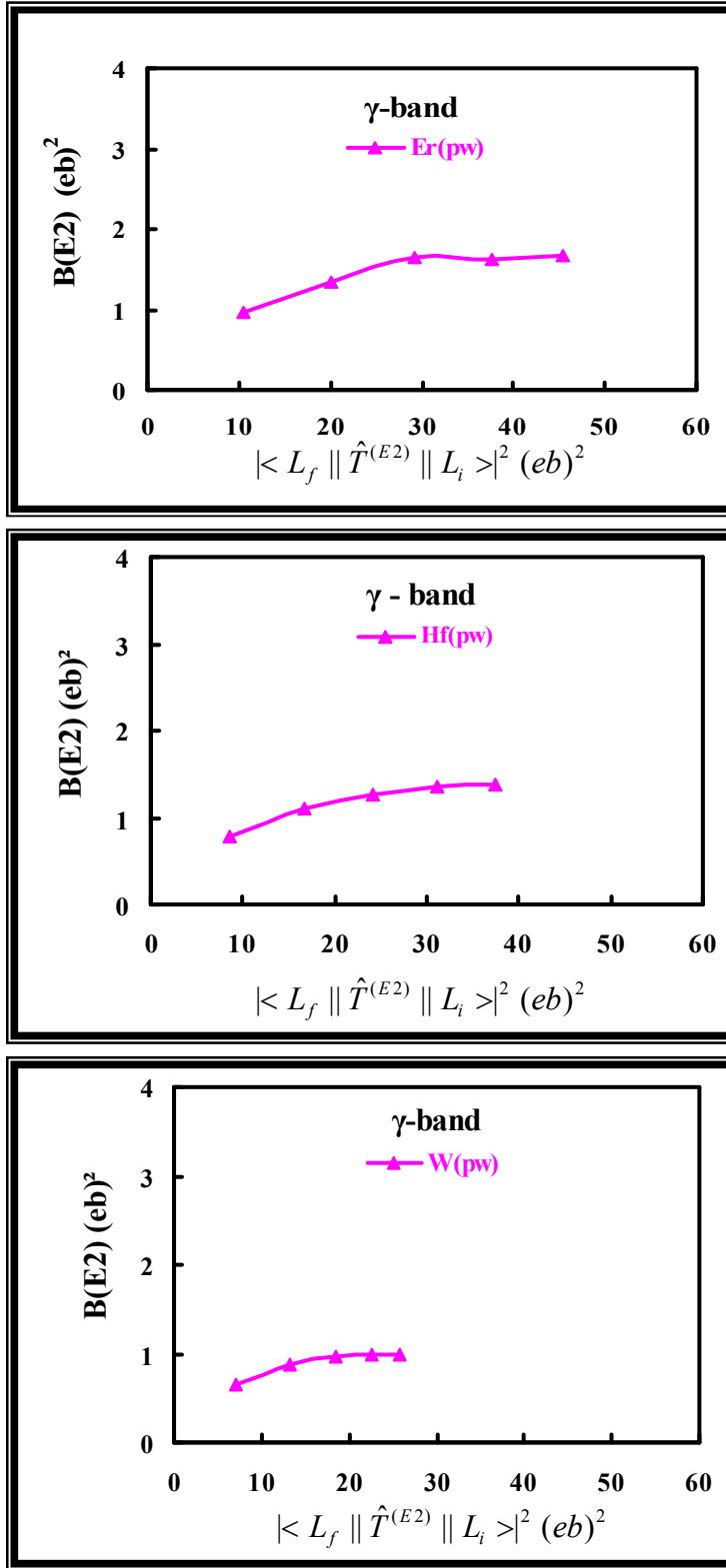


شكل 4- : احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب $B(E2)$ كدالة لمربع عناصر المصفوفة المختزلة $|\langle L_f || \hat{T}^{(E2)} || L_i \rangle|^2$ للجزء الأرضية للنوية $W(A=182)$ و $Hf(A=174)$ و $Er(A=170)$.



شكل 5- : احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) كدالة لمربع عناصر المصفوفة المختزلة $|\langle L_f \parallel \hat{T}^{(E2)} \parallel L_i \rangle|^2$ لحزمة كما للأنوية Er(A=170) و Hf(A=174) و W(A=182).

ايمان و عطاء



شكل-6 : احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب $B(E2)$ كدالة لمربع عناصر المصفوفة المختزلة $|\langle L_f || \hat{T}^{(E2)} || L_i \rangle|^2$ لحزمة كما للنوية $W(A=182)$ و $Hf(A=174)$ و $Er(A=170)$.

المصادر

1. Bohr A. and Mottelson B.R, "Nuclear Structure", Benjamin, New York, Vol.II, PP.337-364 (1975).
2. Krane K.S., "Introductory Nuclear Physics", John Wiley and Sons, New York, PP.134-605(1988).
3. Arima A. and Iachello F., " The Interacting Boson Model", The Syndicate Press of the University of Cambridge, England, PP.3-127(1987).
4. Bucuresca D., Zamfir N.V., Casten R.F. and Chou W.T., "Calculation Magnetic Dipole Moment and Electric Quadurpole Moment for Heavy Nuclei and Compared them with Experimental Values", Phys.Rev.C, Vol.60, P.44303(1999).
5. Duguet T., Bender M., Bonch P. and Heenen P.H., "Shape Coexistence in ^{186}Pb :Beyond –Mean-Field Description by Configuration Mixing of Symmetry Restored Wave Function", arXiv:Nucl-Theo., Vol.3, P.0212016 (1) (2003).
6. Smith B.H., Pan Y.W., Feng D.H. and Guidry M., "Universality of Symmetry and Mixed Symmetry Collective Nuclear States", arXiv:Nucl-Theo., Vol.2, P.9501032(1) (2008).
7. Bonatsos D. " Interacting Boson Model of Nuclear Structure" Oxford University Press, New York, PP.1- 271 (1988).
8. Casten R.F and Warner D.D., "The Interacting Boson Rev.Mod.Phys. Vol.60,P. 389 (1988).
9. Talmi I., "Simple Models of Complex Nuclei ,The Shell Model and Interacting Boson Model ", Harwood Academic Publishers, PP.187-198(1993).
10. Lilley J.S. "Nuclear Physics Principle and Application ", John Wiley and Sons, Ltd., New York,, PP.53-63(2002).
11. Meyerhof W., "Elements of Nuclear Physics ", Mc Graw-Hill, PP.126-130(1967).

ايمان و عطاء

12. Venkova T. and Andrejtscheff W., "Transition Strengths B(E2) in the Yrast Band of Doubly Even Nuclei ", Atomic Data and Nuclear Data Tables, Vol.26, P.93 (1981).
13. Varshney V.P., Gupta K.K., Chaubey A.K. and Gupta D.K.J., "Nuclear Transition Probability B(E2) for $2^+_{\text{first}} - 0^+_{\text{g.s}}$ Transitions", J.Phys.G., Nucl. Phys. Vol. 8, P.727 (1982).