

تقدير دالة الفاريوكرام للعملية العشوائية المكانية مع التطبيق

غادة يوسف اسماعيل**

د.محمد نذير اسماعيل*

المخلص:

في سياق تطبيقات الإحصاء المكاني وخاصة في منهجية التقدير أو التنبؤ عن متغير مكاني لظاهرة مكانية معينة تكون دالة الفاريوكرام أو دالة التغاير الذاتي من المعلمات المهمة جداً في حسابات هذا التنبؤ. وفي معظم التطبيقات تكون دالة الفاريوكرام هي الأساس في التنبؤ عند عدم اختيار فرضية الاستقرار. في هذا البحث قدرت دالة الفاريوكرام للعملية العشوائية المكانية بواسطة طريقة المربعات الصغرى الموزونة. واعتبر مقدر دالة الفاريوكرام الذي اقترحه قبل الباحث (Matheron, 1963) لمتغير عشوائي مكاني نفترض له توزيع كاوسيان أو أي توزيعاً معروفاً آخر.

حصلنا على الصيغة النهائية لمقدر المربعات الصغرى الموزونة لدالة الفاريوكرام بشكل معادلة غير تامة حيث تم تصغيرها والحصول على الحل النهائي لمقدر معلمات دالة الفاريوكرام النظرية بواسطة خوارزمية نيوتن رافسون التكرارية.

تم تطبيق المقدر على مجموعتين من البيانات الحقيقية، المجموعة الأولى من داخل القطر والمجموعة الثانية من خارج القطر وحصلنا على نتائج مشجعة للغاية، إن جميع الخوارزميات في هذا البحث برمجت بواسطة نظامي ماتلاب ومابل.

كلمات مفتاحية: الإحصاء المكاني، الفاريوكرام، تقدير المربعات الصغرى الموزونة، بيانات مكانية، خوارزمية نيوتن رافسون التكرارية.

An estimation of Variogram function with application

Abstract

In the context of application of the spatial statistics in the methodology of estimation or prediction of a regionalized variable of certain spatial phenomenon, the Variogram function (or spatial auto covariance function, is the most important function in the computation of this prediction. In most applications the variogram

* استاذ مساعد/ قسم الرياضيات / كلية التربية / جامعة الموصل

** باحثة / قسم الرياضيات / كلية التربية / جامعة الموصل

function is the basic parameter when there is no test of stationarity. In this research the estimation is worked out by weighted least squares method. The estimator of virogram which suggested by (Matheron, 1963) is considered as a random variable with assumption of Gaussian distribution or another known distribution.

The final version of the estimator from weighted least square method is obtained.

This version is minimized using iterative Newton-Raphson algorithm, the estimator is applied to two sets of real data, one is from Iraq and the other from abroad.

The results obtained are very encouraging, all algorithms are programmed by Matlab and Maple systems.

Key Words: spatial statistics-variogram, weighted least squares, iterative Newton-Raphson, Spatial data.

Introduction

1- المقدمة

إن تقدير الفاريوكرام وتوقيفه من المراحل الحاسمة والعصيبة في التقدير أو التنبؤ المكاني، وذلك بسبب انه عند إجراء التنبؤ المكاني للحصول على التنبؤ في مواقع مطلوب التنبؤ عنها في ظاهرة مكانية قد تكون معادن أو مياه جوفية أو نباتات أو تلوث بيئية أو أوبئة مرضية فإن تقدير دالة الفاريوكرام يجب أن يجري بطريقة معتنى بها من ناحية أقل خطأ في التقدير وإلا ستكون نتائج التنبؤ غير دقيقة ولا يمكن الاعتماد عليها.

تعتبر العملية العشوائية (أو التصادفية) المكانية $\{Z(x); x \in D\}$ حيث أن $d \geq 1$ ، DCR^d منطقة ثابتة في فضاء اقليدس بفرض إن هذه العملية تحقق فرضية الاستقرار الأساسية Hypothesis of intrinsic stationarity بحيث:

$$E(Z(x)) = \mu \quad \forall x \in D \quad \dots(1)$$

$$\text{Var}(Z(x+h) - Z(x)) = 2\gamma(h) \quad \forall x, (x+h) \in D \quad \dots(2)$$

حيث أن $2\gamma(h)$ دالة الفاريوكرام، وبفرض أن $\hat{\gamma}(h)$ هو مقدر الفاريوكرام لمسافة (أو إزاحة) h معينة ويعتمد هذا المقدر على عينة المشاهدات المعلومة $\{z(x_1), z(x_2), \dots, z(x_n)\}$ من العملية المكانية $\{z(x)\}$ والمتغير $Z(x)$ هو المتغير المكاني (أو الموقعي) قد يكون ببعدين $x=(u,v)$ أو بثلاثة أبعاد $x=(u,v,w)$ حيث تمثل w, v, u الإحداثيات و $Z(x_i)$ المشاهدات وان $i=1,2,\dots,n$ ، تعرف $\gamma(h)$ في أدبيات الإحصاء المكاني بشبه (أو نصف) الفاريوكرام Semi variogram، احتوى هذا البحث على المقدمة لبعض المفاهيم الأساسية في

الإحصاء المكاني، أمثال الاستعراض المرجعي، صياغة مسألة التقدير، الجانب التطبيقي، الاستنتاجات والتوصيات.

فرضنا العملية المكانية $\{Z(x)\}$ مستقرة وموحدة الخواص Isotropic أي إن $2\gamma(h)$ اعتمدت فقط على المسافة h بين المواقع x_i ، يعرف المقدر الكلاسيكي للفاريوكرام بالصيغة الآتية:

$$\hat{2\gamma}(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (z(x_i + h) - z(x_i))^2 \quad \dots\dots(3)$$

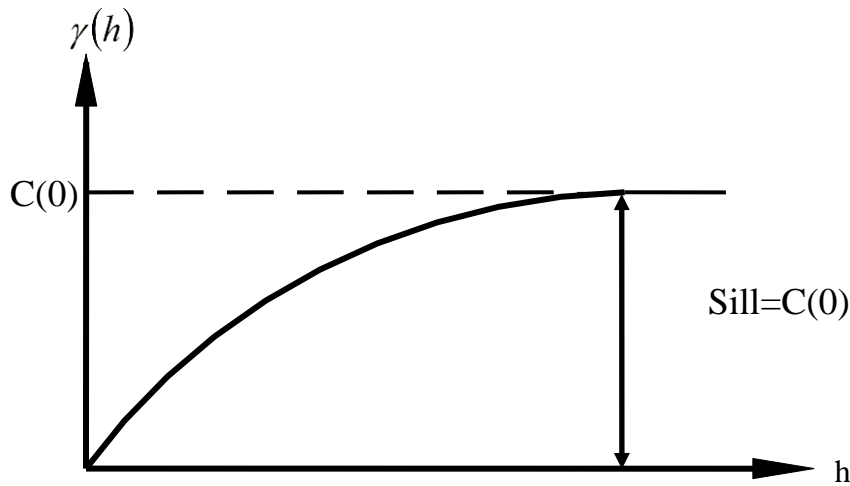
أنظر (Shabenberger and Gotway, 2005), (Diggle and Ribeiro, 2007) وهذه المصادر اعتمدت على المصدر الأساسي (Matheron, 1963) حيث أن $N(h)$ عدد أزواج المشاهدات التي تبعد بعضها عن البعض بالمسافة h

$$h_{ij} = h = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad \dots\dots(4)$$

أو

$$h_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2 + (w_i - w_j)^2} \quad \dots\dots(5)$$

وكما هو ملاحظ من تعريف الفاريوكرام هو دالة بدلالة المسافة h وتمثل مقياس عدم التشابه في حساب الاعتماد المكاني Spatial dependence لمواقع المشاهدات للعملية العشوائية المكانية حيث تكون قيمة الفاريوكرام صغيرة بين المشاهدات المتشابهة والتي تبعد عن بعضها بالمسافة h ومن جهة أخرى تكون قيمته كبيرة إذا كانت المشاهدات غير متشابهة ويزداد هذا الاختلاف كلما زادت المسافة بين المشاهدات ولو رسم الثنائي $\{\gamma(h), h\}$ سيظهر كما في الشكل (1)



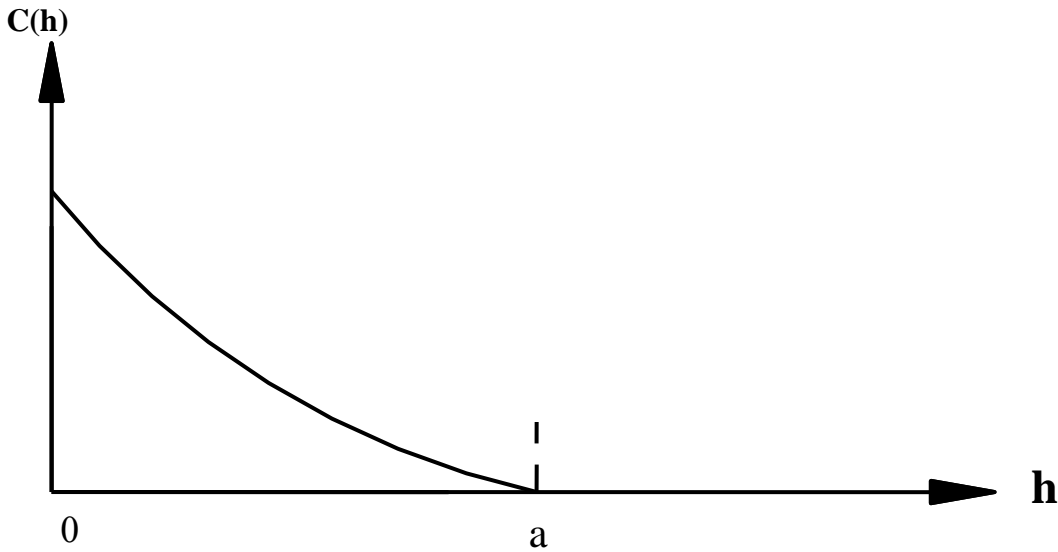
الشكل (1) نموذج شبه الفاريوكرام

وهذا الشكل يمثل رسم شبه فاريوكرام نموذجي حيث الاعتماد المكاني قوي (أي قلة عدم التشابه) بين المواقع القريبة من بعضها ويضعف الاعتماد المكاني (أي يزداد عدم التشابه) كلما زادت المسافة h التي تفصل بين المشاهدات إلى أن يصل الاعتماد المكاني إلى ارتفاع حيث يستقر ارتفاع المنحني عند المسافة h التي تساوي المدى والارتفاع يساوي التباين أو ما يسمى بالسل $Sill$ في مصطلحات الإحصاء المكاني.

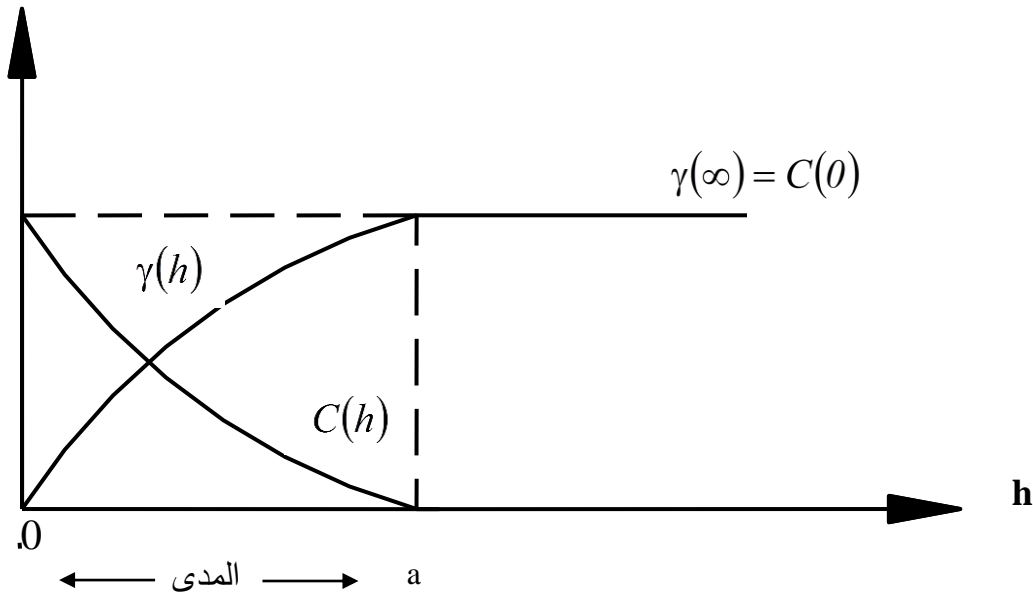
والآن إذا رجعنا إلى قياس مقدار التشابه، والذي يعرف بدالة التغيرات الذاتي ويقدر بواسطة المقدر

$$c(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} z(x_i)z(x_i + h) - \mu^2 \quad \dots\dots(6)$$

ويلاحظ أن التغيرات الذاتي يكون كبيراً عندما تكون المشاهدات متشابهة (التشابه يكون موجبا أو سالبا) ويلاحظ أن التشابه يكون كبيراً بين المشاهدات القريبة من بعضها ويكون قليلاً كلما أزدت المسافة بين المشاهدات وكما موضح في الشكل (2) حيث أن التغيرات الذاتي دالة بدلالة المسافة h وهو بالضبط عكس رسم شبه الفاريوكرام وكما موضح في الشكل (3) أنظر (Haining, 2004)، (Genton and Guyon, 2010)



الشكل (2) نموذج التغيرات الذاتي

الشكل (3) العلاقة بين $\gamma(h)$ و $c(h)$

ومن المعروف أن استقرارية التغيرات Stationarity of covariance تؤدي إلى استقرارية التباين والفاريوكرام. والعلاقات التالية واضحة من هذه الفرضية

$$\text{Var} [z(x)] = E [(z(x) - \mu)^2] = C(0) = \sigma^2 \quad \forall x \in D \dots (7)$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E [(z(x+h) - z(x))^2] = C(0) - c(h) \quad \forall x \in D \dots (8)$$

أنظر (Cressie, 1993)

إن العلاقة (2) توضح أنه عند فرضية الاستقرارية من المرتبة الثانية فإن التغيرات والفاريوكرام دالتين متكافئتين لتمييز الارتباط الذاتي بين المتغيرين $Z(x)$ و $Z(x+h)$ اللذين يبعدان عن بعضهما البعض بالمسافة h ونستطيع أيضاً تعريف دالة الارتباط Correlogram

$$\rho(h) = \frac{C(h)}{C(0)} = 1 - \frac{\gamma(h)}{C(0)} \quad \dots (9)$$

فرضية الاستقرارية في الرتبة الثانية نفترض وجود التغيرات ومن ثم التباين المحدد $\text{Var} (Z(x)) = C(0)$. أن وجود دالة الفاريوكرام تمثل فرضية أضعف من وجود التغيرات وعليه فإن فرضية الاستقرارية من الرتبة الثانية تؤدي إلى الفرضية الأساسية ولكن العكس غير صحيح أي بمعنى

آخر أن الفرضية الأساسية التي تعرف الوسط μ والفاريوكرام $\gamma(h)$ فقط ولا تؤدي إلى الاستقرار من الرتبة الثانية ولذلك تظهر أهمية استخدام الفاريوكرام في العملية العشوائية المكانية دون اختبار الاستقرار.

2- الهدف:

يهدف البحث إلى عرض تقدير دالة الفاريوكرام بطريقة المربعات الصغرى الموزونة مع التطبيق على بيانات من خارج القطر وأخرى من داخل القطر.

Literature review

3- الاستعراض المرجعي

مقدر الفاريوكرام الكلاسيكي الذي اقترحه (1963) G.Matheron والمعروف بالمعادلة (3)، الذي يعتبر أداة قياسية في تقدير الفاريوكرام لكنه يعتبر مقدرًا بسيطًا وملائمًا ضمن مسافات محددة ويكون بشكل عام في المنطقة قيد الدراسة فضلًا عن ذلك فإنه يتأثر بالقيم الشاذة Outliers ولهذا تعرض إلى انتقاد من قبل باحثين كثيرين مثلًا (Cressie and Hawkins, 1984) (Cressie and Glonek, 1984) (1980) الذين اقترحوا صيغة حصينة مقابل معالجة القيم الشاذة والمعرفة في الصيغتين الحصينتين التاليتين

$$2\bar{\gamma}(h) = \left(\frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} |z(x_i + h) - z(x_i)|^2 \right)^{1/4} / (0.457 + 0.494/N(h)) \quad \dots(10)$$

$$2\tilde{\gamma}(h) = (\text{med}\{|z(x+h) - z(x)|^2\})^{1/4} / B(h) \quad \dots(11)$$

حيث أن $|.$ يمثل القيمة المطلقة، $\{.\}$ وسيط المتابعة $\{.\}$ ، $B(h)$ تصحيحات التحيز Bias Correction. اقترح كل من (1980) Armstorong and Delfiner صيغة حصينة إلا أن صيغتهما تشابهت بالتحاذي مع صيغة المعادلة (10) وبعدها توالت بحوث المقدرات التي اعتبرت أفضل من الصيغة الكلاسيكية معادلة (3) فمثلًا (Genton, 1998a), (Genton, 1998b) وجد مقدر حصين وتوفيق الفاريوكرام بواسطة طريقة المربعات الصغرى المعممة وصيغة واضحة لبنية التباير، (Reilly and Gelman, 2007) اقترحا تقدير الفاريوكرام الكلاسيكي الموزون للبيانات العنقودية، (Kim and Park, 2012)، (Sourav et al. 2012)، (Bachmaier, 2007)، (Walter et al., 2007)، (Chunfeng et al., 2008) الذين اقترحوا مقدرات للفاريوكرام بواسطة

تقدير المربعات الصغرى التكرارية وتقدير المربعات الصغرى الموزونة وأيضاً طرائق لا معلمية في تقدير الفاريوكرام.

في هذا البحث نستخدم طريقة المربعات الصغرى الموزونة التكرارية وإيجاد الحل باستخدام خوارزمية نيوتن-رافسون التكرارية وصولاً إلى الحل التقاربي بسرعة وهذا ما سيتم توضيحه في الفقرة التالية لهذا البحث.

Formulation of Estimation Problem

4- صياغة مسألة التقدير

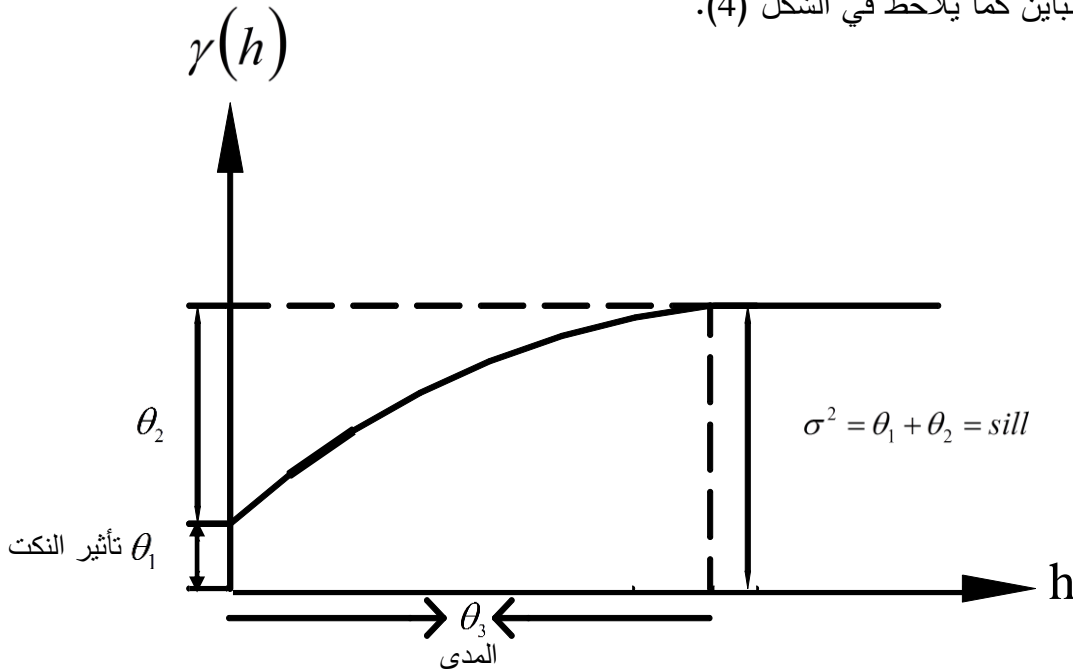
نفرض أن $Z = \{z(x_1), z(x_2), \dots, z(x_n)\}$ تمثل عينة من المشاهدات الملاحظة عند المواقع المثبتة x_1, x_2, \dots, x_n للعملية العشوائية المكانية والمستقرة من الرتبة الثانية $\{z(x)\}$. نفرض أن دالة الفاريوكرام نظرية وصالحة ونريد توفيقها للفاريوكرام الكلاسيكي لهذه العملية ونعتمد على المعلمة θ التي تمثل متجه المعلمات المجهولة $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ كما أن $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^k$ وتمثل Θ مجال المعلمة θ ، وتمثل θ_1 تأثير النكت (Nugget) و θ_2 ضعف استمرارية الظاهرة المكانية أو الخطأ في القياس وهي جزء من التباين أي أن:

$$\theta_2 = C(0) - \theta_1$$

أما الجزء المتبقي من السل (sill) فيمكن كتابته بالصيغة الآتية:

$$C(0) = \theta_1 + \theta_2$$

θ_3 تمثل المدى للظاهرة المكانية قيد الدراسة والمدى يمثل المسافة التي تحدد وجود فعالية الظاهرة المكانية والمسافة التي تزيد عن المدى تبدأ الظاهرة المكانية بالتلاشي ويستقر رسم الفاريوكرام ليساوي ارتفاعه السل أو التباين كما يلاحظ في الشكل (4).



الشكل (4) يوضح ظاهرة الـ Nugget Effect

إن طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS(Ordinary least squares) هي تقدير المعلمة θ وافرض أنها تكتب بالصورة $\hat{\theta}$ بحيث:

$$S(\theta) = \sum_{j=1}^n (2\hat{\gamma}(h(j)) - 2\gamma(h(j); \theta))^2 \quad \dots\dots(12)$$

أصغر ما يمكن حيث أن $S(\theta)$ يمثل مجموع مربعات البواقي أو الخطأ بين الفاريوكرام الحقيقي النظري والفاريوكرام العملي التقديري. وعندما يكون

$$2\hat{\gamma} = (2\hat{\gamma}(h_1), \dots, \hat{\gamma}(h_n))' \quad \dots\dots(13)$$

حيث أن $2\hat{\gamma}$ يرمز للمتجه من المتغيرات العشوائية $2\hat{\gamma}(h_i)$ $i=1, 2, \dots, n$ بمصفوفة تباين

$$\text{Var}(2\hat{\gamma}) = \Sigma \quad \dots\dots(14)$$

عندئذ للحصول على المقدّر $\tilde{\theta}$ نستخدم طريقة المربعات الصغرى المعممة (Generalized least squares) GLS المتمثلة بتصغير المقدار

$$Q(\theta) = g'(\theta) \Sigma^{-1} g(\theta) \quad \dots\dots(15)$$

حيث أن

$$g(\theta) = (2\hat{\gamma}(h_1) - 2\gamma(h_1; \theta), \dots, 2\hat{\gamma}(h_n) - 2\gamma(h_n; \theta))' \quad \dots\dots(16)$$

وبين $\tilde{\theta}$ و $\hat{\theta}$ توجد مرحلة وسطية هي طريقة المربعات الصغرى الموزونة والتي تنص على أن المقدّر θ^* نحصل عليه بتصغير المقدار

$$W(\theta) = g(\theta)' V^{-1} g(\theta) \quad \dots\dots(17)$$

حيث أن:

$$V = \text{diag}\{\text{var}(2\hat{\gamma}(h_1)), \text{var}(2\hat{\gamma}(h_2)), \dots, \text{var}(2\hat{\gamma}(h_n))\} \quad \dots\dots(18)$$

مصفوفة قطرية باصفار في كل المدخلات عدا تباين $2\hat{\gamma}(h_i)$ $i=1, 2, \dots, n$ Var على القطر الرئيسي.

والآن نعود إلى المقدّر الكلاسيكي معادلة (1.3) أفرض إن $\{Z(x)\}$ هي كاوسيان (طبيعي) وكما هو معلوم إن أي توفيق خطي من متغير كاوسيان هو أيضاً كاوسيان إن

$$\frac{(z(x+h) - z(x))}{\sqrt{\text{var}(z(x+h) - z(x))}} \sim N(0,1) \quad \dots\dots(19)$$

وحسب الفرضية الأساسية

$$\text{var}(Z(x+h)-Z(x))=E[(Z(x+h)-Z(x))^2]=2\gamma(h)$$

من (19) ينتج

$$\frac{(z(x+h)-z(x))^2}{2\gamma(h)} = \chi_{(1)}^2$$

إذن

$$(z(x+h)-z(x))^2 = 2\gamma(h)\chi_{(1)}^2$$

حيث أن $\chi_{(1)}^2$ تمثل متغيراً يتوزع توزيع مربع كاي بدرجة حرية تساوي 1 ويمكن كتابة الارتباط

بين المتغيرين $(z(x+h_1)-z(x))^2$, $(z(y+h_2)-z(y))^2$ والإزاحة h_1 و h_2 بالصيغة الآتية:

$$\text{Corr} [(z(x+h_1)-z(x))^2, (z(y+h_2)-z(y))^2] \dots\dots(20)$$

$$= [(\text{Corr}((z(x+h_1)-z(x)), (z(y+h_2)-z(y))))^2 \dots\dots(21)$$

المبرهنة (1): إذا كان x_1 و x_2 متغيرين عشوائيين بحيث أن $x_1 \sim N(0, \sigma_1^2)$, $x_2 \sim N(0, \sigma_2^2)$,

$$\text{Corr}(x_1, x_2) = \rho \text{ فإن } \text{Corr}(x_1^2, x_2^2) = \rho^2$$

برهنت هذه المبرهنة بواسطة نظام Maple والبرهان موجود لدى الباحث.

$$\text{Corr} [z(x+h_1)-z(x), z(y+h_2)-z(y)] = \left\{ \frac{\text{Cov}(z(x+h_1)-z(x), z(y+h_2)-z(y))}{\sqrt{\text{var}(z(x+h_1)-z(x))} \sqrt{\text{var}(z(y+h_2)-z(y))}} \right\}^2$$

نلاحظ إن المعادلة (20) تؤدي إلى (21) من المبرهنة في تحليل المتغيرات المتعددة التي تنص

على أنه إذا كان X_1 و X_2 لهما توزيع طبيعي مشترك بحيث $E(X_1)=0$, $E(X_2)=0$ و ρ

$$\text{Corr}(x_1, x_1) = \text{Corr}(x_2^2, x_1^2) = \rho^2 \text{ فإن } \text{Corr}(x_1, x_1) =$$

$$\text{Corr}(x_2^2, x_1^2) = [\text{Corr}(x_1, x_1)]^2 \dots\dots\dots(22)$$

أنظر (Cressie, 1993).

المبرهنة (2):

نفرض أن $\{Z(x)\}$ عملية عشوائية مكانية مستقرة من الرتبة الثانية وإن $z(x_i)$ $i=1,2,\dots,n$

مشاهدات عند المواقع x_1, x_2, \dots, x_n فإن:

$$\text{Cov}(z(x_i)-z(x_k), z(x_j)-z(x_k)) = \gamma(x_i-x_k) + \gamma(x_j-x_k) - \gamma(x_i-x_j), \quad i \neq j \neq k \quad \dots\dots(23)$$

حيث أن $h=(x_i-x_j)$ يمثل المسافة بين المواقع و $\gamma(\cdot)$ شبه الفارايوكرام.

البرهان:

$$2\gamma(x_i-x_j) = E[(z(x_i)-z(x_j))^2]$$

$$\begin{aligned}
&=E[(z(x_i)-z(x_k)+z(x_k)-z(x_j))^2] \\
&=E[(z(x_i)-z(x_k)-[z(x_j)-z(x_k)])^2] \\
&=E\{[(z(x_i)-z(x_k))^2+(z(x_j)-z(x_k))^2-2(z(x_i)-z(x_k))(z(x_j)-z(x_k))]\} \\
&=E[(z(x_i)-z(x_k))^2]+E[(z(x_j)-z(x_k))^2]-2E[(z(x_i)-z(x_k))(z(x_j)-z(x_k))] \\
&=2\gamma(x_i-x_k)+2\gamma(x_j-x_k)-2\text{Cov}((z(x_i)-z(x_k)), z(x_j)-z(x_k)) \\
&\text{Cov}((z(x_i)-z(x_k)), (z(x_j)-z(x_k))) = \gamma(x_i-x_k) + \gamma(x_j-x_k) - \gamma(x_i-x_j)
\end{aligned}$$

الآن من المعادلة (22)

$$\begin{aligned}
&[\text{Corr}\{z(x+h_1)-z(x), (z(y+h_2)-z(y))\}]^2 \\
&= \left[\frac{\text{Cov}(z(x+h_1)-z(x), (z(y+h_2)-z(y)))}{(2\gamma(h_1))^{1/2}(2\gamma(h_2))^{1/2}} \right]^2
\end{aligned}$$

إن الطرف الأيسر للمعادلة الآتية هو $\text{Corr}[z(x+h_1)-z(x), (z(y+h_2)-z(y))]$

$$= \left[\frac{\gamma(x-y+h_1) + \gamma(x-y-h_2) - \gamma(x-y+h_1-h_2) - \gamma(x-y)}{(2\gamma(h_1))^{1/2}(2\gamma(h_2))^{1/2}} \right]^2$$

من هذه التعبيرات فإن $\text{Var}(2\hat{\gamma}(h_i))$ و $\text{Cov}(2\hat{\gamma}(h_i), 2\hat{\gamma}(h_j))$ ممكن حسابهما والحصول على المصفوفة V وبعد ملاءمة نموذج الفاريوكرام النظري الذي قد يكون كرويا أو آسيا أو كاوسيان نضع المعلمات θ مكان القيم التي نحصل عليها من رسم الفاريوكرام لنحصل على النموذج الملائم بدلالة θ أي $\gamma(h; \theta)$ ومن خلال V يمكن الحصول على $V(\theta)$. ومن تعريف معيار المربعات الصغرى المعممة في الشكل التربيعي:

$$G = (2\hat{\gamma}(h) - 2\gamma(h; \theta))' V^{-1} (2\hat{\gamma}(h) - 2\gamma(h; \theta))$$

حيث أن:

$$V = \text{diag}(\text{Var}(2\hat{\gamma}(h_1)), \dots, \text{Var}(2\hat{\gamma}(h_n)))$$

$$G = \sum_{i=1}^n \{\text{var}(2\hat{\gamma}(h_j))\}^{-1} (2\hat{\gamma}(h_j) - 2\gamma(h; \theta))^2 \quad \dots (24)$$

وذلك بسبب أن V مصفوفة قطرية وتعني أن التباين يساوي صفرا ومن ثم فإن الارتباط

$$\text{Corr}(z(x_i+h)-z(x_j), (z(y_i+h)-z(y_j))) = 0$$

عندئذ يمكن أن نحصل:

$$Var(2\hat{\gamma}(h_j)) \simeq \frac{(2\gamma(h_j, \theta))^2}{N(h_j)} \dots(25)$$

أنظر (Chiles and Delfiner, 1999) , (Cressie, 1993) عوض (25) في (24) ينتج:

$$G = \sum_{i=1}^n N(h_j) \left(\frac{\hat{\gamma}(h_j)}{\gamma(h; \theta)} - 1 \right)^2 \dots(26)$$

حيث تم الحصول على الصيغة (25) من خلال افتراضات تعود الى الباحث (Cressie, 1993) التي اعتمدها (Chiles and Delfiner, 1999) وكذلك (Surav, 2012) إذن لعدد ثابت من المشاهدات n وتقدير الفاريوكرام $\hat{\gamma}(h_j)$ ، فإن تقدير المربعات الصغرى الموزونة التقريبي ممكن الحصول عليه من تصغير G بالنسبة إلى θ ومن تصغير المقدار G بواسطة أخذ المشتقة لا يمكننا الحصول على معادلة تامة التي من الممكن تحليلها للحصول على θ^* وفي هذه الحالة نستخدم خوارزمية نيوتن-رافسون للحصول على المقدر θ^* وهذا سيوضح في الجانب التطبيقي.

الجانب التطبيقي في البحث:

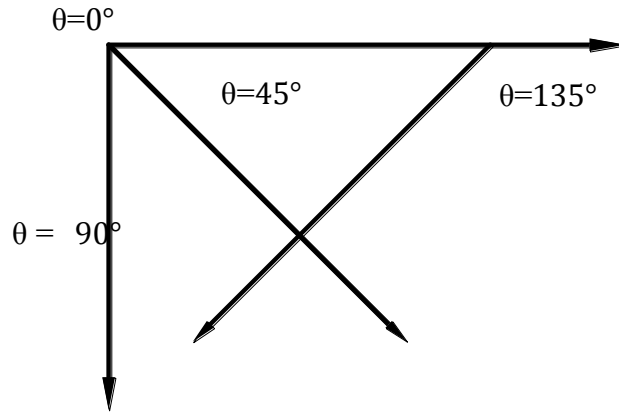
يتضمن الجانب العملي تقدير الفاريوكرام لبيانات حقيقية اخذت من الموقع (x_i) وقيم $Z(x_i)$ حيث أن $i=1, 2, \dots, n$ ولمجموعتين، الاولى بيانات من داخل القطر لمياه الآبار الجوفية في قضاء سنجار/ محافظة نينوى/ العراق، انظر (المحسن، 1985) وهي ارتفاع منسوب المياه من مئة بئر في منطقة التقريب والتي جاء ذكرها في الملحق أولاً، أما مجموعة البيانات الثانية فهي بيانات من خارج القطر لرماد الفحم Coal ash تم الحصول عليها من مصدرها الأصلي (Gomaz and Hazen, 1970) والتي أوردها (Cressi, 1993) في جدول (19) من بحثه المذكور انفا، اخذت مجموعة جزئية من بيانات الجدول الاخير للحصول على شبكة منتظمة Regular grid والتي ذكرت ثانياً بالملحق وهي تمثل بيانات لقياس النسب المئوية لتراكيز رماد الفحم في مقاطعة بنسلفانيا Pennsylvania في الولايات المتحدة الأمريكية.

ومن خلال بيانات مياه الآبار سوف نحسب نتائج دوال شبه الفاريوكرام للازاحات $h=1,2,\dots,9$ وللاتجاهات الأربعة بدلالة الزاوية θ بحيث $\theta=0^\circ, \theta=45^\circ, \theta=90^\circ, \theta=145^\circ$ الموضحة في الجدول (1):

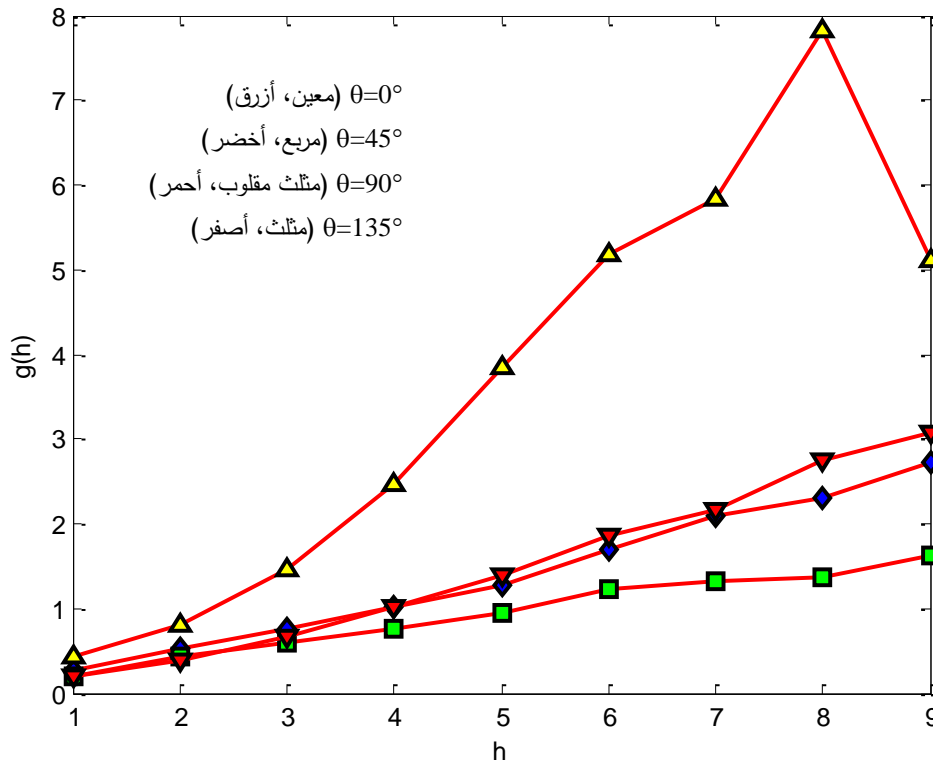
الجدول (1) نتائج دوال شبه الفاريوكرام لبيانات مستوى المياه الجوفية في سنجار/نينوى

THETA=0			THETA=45			THETA=90			THETA=135		
h	n(h)	$\gamma(\theta,h)$	h	n(h)	$\gamma(\theta,h)$	h	n(h)	$\gamma(\theta,h)$	H	n(h)	$\gamma(\theta,h)$
1	90	0.2615	1.4142	81	0.1946	1	90	0.2061	1.4142	81	0.4323
2	80	0.5168	2.8284	64	0.4384	2	80	0.3848	2.8284	64	0.8169
3	70	0.7582	4.2426	49	0.6006	3	70	0.6687	4.2426	49	1.4531
4	60	1.0228	5.6569	36	0.7556	4	60	1.0153	5.6569	36	2.4596
5	50	1.2842	7.0711	25	0.9482	5	50	1.3860	7.0711	25	3.8374
6	40	1.7019	8.4853	16	1.2278	6	40	1.8482	8.4853	16	5.1838
7	30	2.0888	9.8995	9	1.3139	7	30	2.1633	9.8995	9	5.8328
8	20	2.3148	11.3137	4	1.3788	8	20	2.7473	11.3137	4	7.8200
9	10	2.7225	12.7279	1	1.6200	9	10	3.0660	12.7279	1	5.1200

نلاحظ من الجدول (1) أنه تم حساب دالة شبه الفاريوكرام حسب المعادلة (3) للاتجاهات الأربعة المهمة للبوصلة وهذه الاتجاهات شمال-جنوب، شمال شرق-جنوب غرب، شرق-غرب وشمال غرب-جنوب شرق والتي تمثل الزوايا المذكورة انفا وهذا موضح في الشكل (5).



الشكل (5) يمثل الزوايا الأربعة المستخدمة في حساب دالة شبه الفاريوكرام



الشكل رقم (6) شبة الفاريوكرام في الزوايا الأربعة والذي يبين تماثل شبة الفاريوكرام مما يدل على

خاصية موحد الخواص Isotropic

نلاحظ من الشكل (6) إن رسم شبة الفاريوكرام للزوايا $\theta=0^\circ$, $\theta=45^\circ$, $\theta=90^\circ$, $\theta=135^\circ$ تتجمع معاً في حزمة متشابكة مع بعضها وهذا يفسر أن شبة الفاريوكرام لهذه البيانات يكون موحد الخواص Isotropic أي لا يعتمد على الاتجاه.

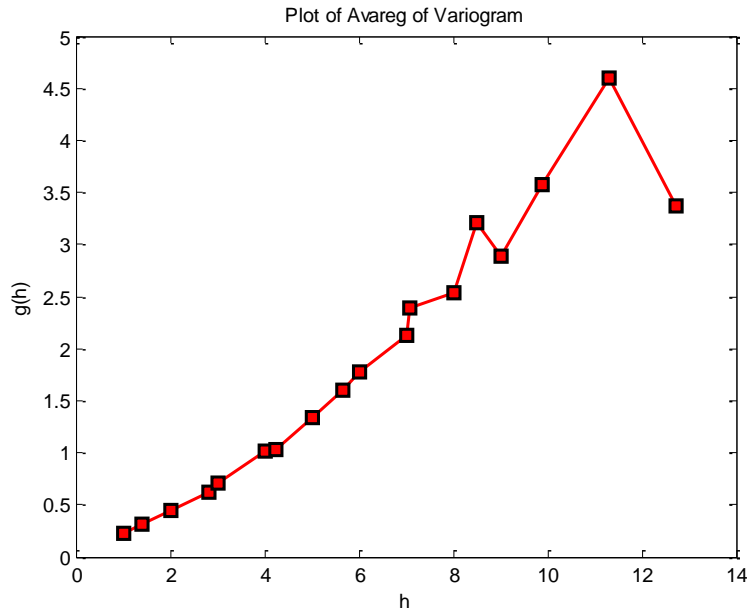
وللحصول على نموذج شبة الفاريوكرام واحد نجد معدل شبة الفاريوكرام من هذه الدوال الأربعة ومنه نحصل على شبة فاريوكرام واحد يمثل الاعتمادية المكانية Spatial dependence لهذه البيانات وكما موضح في الجدول (2) والشكل (7).

جدول (2) نتائج متوسط شبة الفاريوكرام

H	$\gamma(h)$
1	0.23381
1.4142	0.31346
2	0.54081
2.8284	0.62762
3	0.71346
4	1.01904
4.2426	1.02684
5	1.33510

5.6568	1.60757
6	1.77506
7	2.12608
7.0710	2.39280
8	2.53100
8.4852	3.20578
9	2.89425
9.8994	3.57333
11.3136	4.59937
12.7278	3.37000

إن الجدول (2) يوضح توفيق معدل الفاريوكرام التي استخرجت من نتائج برنامج صمم لهذا الغرض بواسطة نظام ماتلاب، كما نلاحظ أن قيم h في الجدولين (1) و (2) لم تتغير وإنما رتبت تصاعدياً في الجدول رقم (2) وكما موضح أعلاه.



الشكل (7) يمثل منحنى معدل شبه الفاريوكرام

وبنفس الطريقة التي تناولنا فيها البيانات داخل القطر (بيانات المجموعة الأولى) سوف نتناول البيانات خارج القطر (بيانات المجموعة الثانية) والتي تم ذكرها ثانياً في الملحق الخاص بالبرنامج. الآن سوف نحسب نتائج دوال شبه الفاريوكرام للبيانات المذكورة أعلاه للإزاحات $h=1,2,\dots,7$ بدلالة الزاوية θ حيث $\theta=0^\circ, \theta=45^\circ, \theta=90^\circ, \theta=135^\circ$ ، وحسب الجدول رقم (3).

الجدول (3) نتائج دوال شبه الفاريوكرام لبيانات خارج القطر

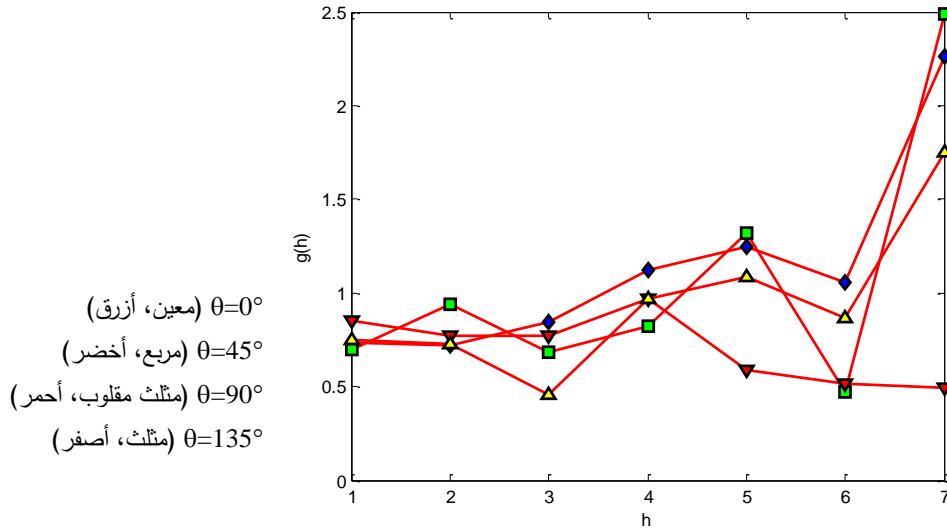
THETA=0			THETA=45			THETA=90			THETA=135		
h	n(h)	$\gamma(\theta,h)$	H	n(h)	$\gamma(\theta,h)$	h	n(h)	$\gamma(\theta,h)$	h	n(h)	$\gamma(\theta,h)$
1	56	0.7324	1.4142	49	0.6948	1	56	0.8484	1.4142	49	0.7505
2	48	0.7225	2.8284	36	0.9362	2	48	0.7683	2.8284	36	0.7276
3	40	0.8442	4.2426	25	0.6802	3	40	0.7744	4.2426	25	0.4603
4	32	1.1242	5.6569	16	0.8203	4	32	0.9676	5.6569	16	0.9656
5	24	1.2462	7.0711	9	1.3210	5	24	0.5896	7.0711	9	1.0829
6	16	1.0593	8.4853	4	0.4722	6	16	0.5123	8.4853	4	0.8697
7	8	2.2613	9.8995	1	2.4865	7	8	0.4914	9.8995	1	1.7485

إن الجدول (4) يوضح توفيق معدل الفاريوكرام لبيانات خارج القطر حيث حصلنا على النتائج من برنامج بواسطة نظام ماتلاب أيضاً.

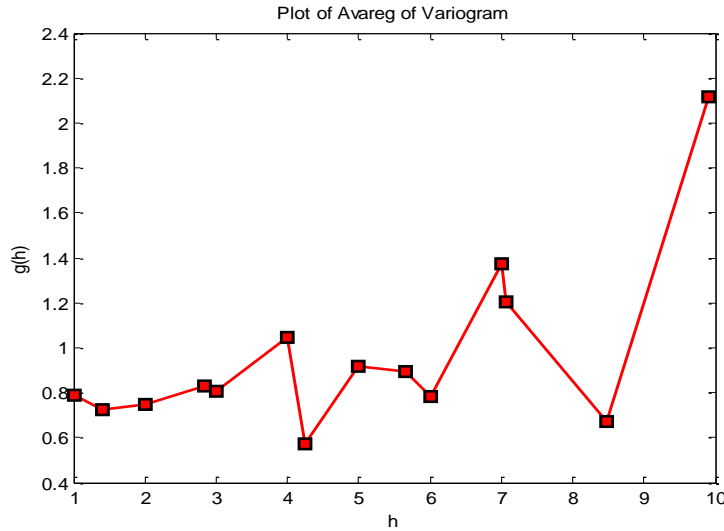
الجدول (4) نتائج متوسط شبه الفاريوكرام

h	$\gamma(h)$
1.000	0.7904
1.4142	0.7226
2.000	0.7454
2.8284	0.8319
3	0.8093
4	1.0459
4.2426	0.5703
5	0.9179
5.6568	0.8930
6.000	0.7858
7.000	1.3764
7.0710	1.2019
8.4852	0.6710
9.8994	2.1175

الشكل (8) يمثل شبه الفاريوكرام في الاتجاهات الأربعة وكما وضحنا سابقاً على بيانات المجموعة الأولى، إن كلاً من الشكلين (6) و (8) يوضح تماثل شبه الفاريوكرام مما يدل على خاصية موحد الخواص انظر (Krige, 1976).



الشكل (8) شبه الفاريوكرام في الزوايا الأربعة والذي يبين تماثل شبه الفاريوكرام مما يدل على خاصية موحد الخواص
Isotropic



الشكل (9) يمثل منحنى معدل شبه الفاريوكرام

الآن سنستخدم خوارزمية نيوتن رافسون لأجل الحصول على تقدير للصيغة الاتية غير التامة

(not exact)

$$Q = \sum_{j=1}^N N(h_j) \left\{ \frac{\hat{\gamma}(h_j)}{\gamma(h_j; \theta)} - 1 \right\}^2 \quad \dots (27)$$

لأجل تطبيق الطريقة أعلاه يجب أن نشق المعادلة (27) مشتقة جزئية أولى وثانية أي Q'', Q' بالنسبة لـ $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ حيث أن:

$$\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)'$$

وكان ذلك ببرنامج خاص استخدم نظام Matlab وبالنموذجين الكروي والآسي بالقيم الابتدائية التي حصلنا عليها من رسم الفاريوكرام في كلا مجموعتي البيانات (أولى) لـ $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ من بيانات داخل القطر:

$$\theta_{01}=0.2 \quad \theta_{02}=3.1 \quad \theta_{03}=12.7$$

ومن بيانات خارج القطر

$$\theta_{01}=0.7 \quad \theta_{02}=1.3 \quad \theta_{03}=9.8$$

حيث أن النموذج الكروي (Spherical Variogram) يمكن كتابته كما يأتي:

$$\gamma(h) = \theta_1 + \theta_2 \left[\frac{3}{2} (h/\theta_3) - \frac{1}{2} (h/\theta_3)^3 \right]$$

أما النموذج الآسي (Exponential Variogram) فيكون بالصيغة الآتية:

$$\gamma(h) = \theta_1 + \theta_2 [1 - \exp(-h/a)]$$

وقد حصلنا على النتائج المطلوبة بتكرار الطريقة المذكور انفا، علماً أننا بإجراء التكرارات لم

نحصل على التقارب بشكل سريع إلا بعد أخذ λ في الخوارزمية وكما يأتي:

$$(\theta)_{k+1} = (\theta)_k - Q_k^{-1} q_k$$

حيث أن $(\theta)_{k+1}$ تقدير θ عند التكرار $k+1$ ، $(\theta)_k$ تقدير θ عند التكرار k ، q_k متجه المشتقة الأولى بالنسبة للمعلمة θ لـ G في المعادلة (26) عند التكرار k و Q_k مصفوفة المشتقات الثانية للمعادلة G بالنسبة الى المعلمة θ و Q تعرف بأسم مصفوفة الهيسيان Hessian Matrix

$$D = Q'' + \lambda \text{diag} Q''$$

لو فرضنا:

$$(\theta)_{k+1} = (\theta)_k - D^{-1} q_k$$

إذن:

وتسمى λ بمعلمة ليفنبرك-ماركردن Levenberg- Marquardt parameter أنظر (قاسم، محمود، 2005).

وقد تم التوصل إلى القيم المطلوبة عند التكرار 100 وقيمة $\lambda = 500$ الأفضل في النموذج

الآسي.

$$\hat{\theta}_1 = 0.184, \quad \hat{\theta}_2 = 3.19, \quad \hat{\theta}_3 = 12.493$$

أما في النموذج الكروي فقد تم الوصول إلى الأفضل عند التكرار 100 وقيمة $\lambda=2000$

$$\hat{\theta}_1 = 0.275, \quad \hat{\theta}_2 = 2.879, \quad \hat{\theta}_3 = 13.055$$

أما من مجموعة البيانات الثانية فكانت التقديرات الأفضل بالنموذج الآسي عند التكرار 100

وقيمة $\lambda=3000$

$$\hat{\theta}_1 = 0.767, \quad \hat{\theta}_2 = 1.207, \quad \hat{\theta}_3 = 10.0727$$

والأفضل من النموذج الكروي هو عند التكرار 100 وقيمة $\lambda=3000$

$$\hat{\theta}_1 = 0.678, \quad \hat{\theta}_2 = 1.551, \quad \hat{\theta}_3 = 10.139$$

ولكننا لم نكتف بحصولنا على نتائج المذكور انفا حيث عمدنا الى حساب جودة توفيق

الفاريوكرام بواسطة مقدر المربعات الصغرى الموزونة بواسطة متوسط مربع الخطأ MSE

(Mean Squares error) والذي يحسب من القانون الاتي:

$$MSE = \sum_{i=1}^n \frac{(\hat{\gamma}(h_i) - \gamma(h_i; \hat{\theta}))^2}{n} \dots\dots\dots(28)$$

من خلال برنامج خاص أعد خصيصاً لهذا الغرض بواسطة نظام ماتلاب تم الحصول على أقل

نسبة خطأ بين القيم الحقيقية والقيم التقديرية لبيانات داخل القطر باستخدام النموذج الكروي بقيمة

$$MSE=5.5010$$

والشكل (10) يوضح ذلك.

أما باستخدام النموذج الآسي فقد كانت قيمة أقل نسبة خطأ هي

$$MSE=15.6562$$

أي أن النتائج التي أعطاها النموذج الأول أفضل من النموذج الثاني.

كان لبيانات خارج القطر أقل نسبة خطأ باستخدام النموذج الآسي حيث كانت بقيمة

$$MSE=2.1556$$

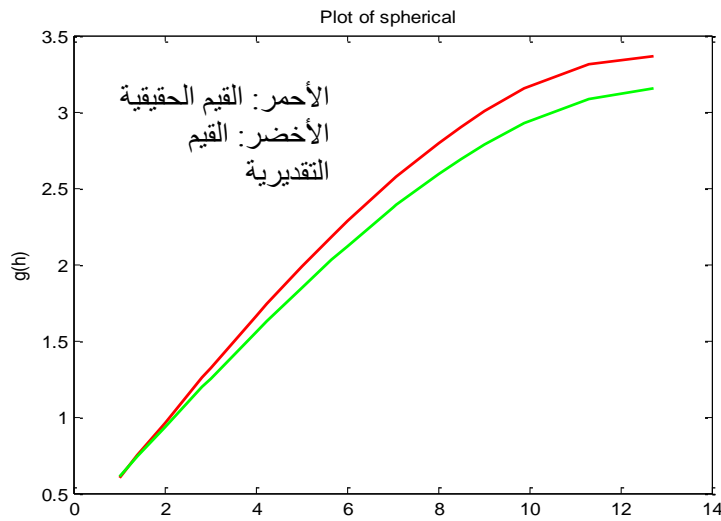
وهذا موضح بالشكل (11)

وكانت نسبة الخطأ الناتجة من استخدام النموذج الكروي بقيمة

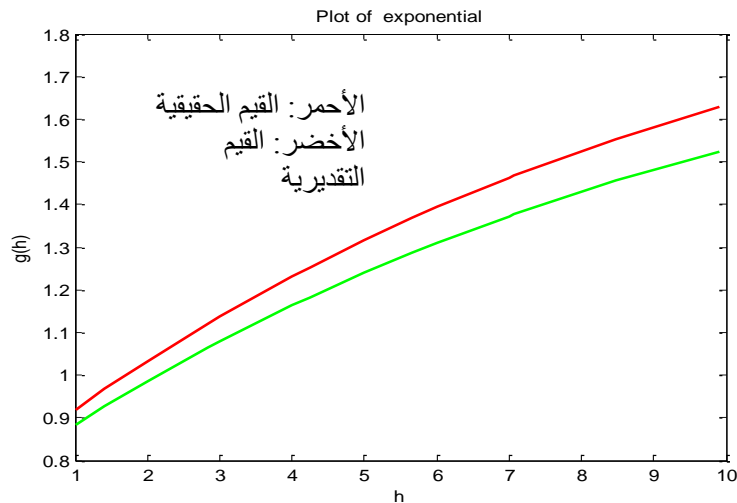
$$MSE=8.2511$$

مما يدل على أن النموذج الأول أعطى نتائج أفضل من النموذج الثاني لمجموعة البيانات الثانية.

لقد تم أخذ مجموعتين من البيانات الأولى من داخل القطر والثانية من خارج القطر وذلك بسبب إن البيانات المكانية في الخارج تتميز بدقتها من ناحية المواقع والإحداثيات أما البيانات المكانية داخل القطر فإننا نشك في دقتها من حيث الموقع والإحداثيات ولإزالة هذا الشك فإننا أجرينا التقدير على كليهما ووضحت النتائج إن البيانات داخل القطر كانت أيضا دقيقة.



الشكل (10) أفضل تقدير من النموذج الكروي لبيانات المجموعة الأولى



الشكل (11) أفضل تقدير من النموذج الآسي لبيانات المجموعة الثانية

الاستنتاجات:

1. رسم الفارايوكرام لكلا مجموعتي البيانات يتفق تقريباً مع الرسم النموذجي لدالة الفارايوكرام الموضحة بالشكل (1) والشكل (4).
2. اعتبرنا الاتجاهات الأربعة $\theta=0^\circ$ ، $\theta=45^\circ$ ، $\theta=90^\circ$ ، $\theta=135^\circ$ وذلك من أجل الحصول على معدل الفارايوكرام الذي يعتبر ممثلاً دقيقاً للبيانات المكانية وهو أفضل من حساب فارايوكرام واحد.
3. اعطت طريقة المربعات الصغرى الموزونة مقدرًا مرجحًا وبأقل خطأ ممكن ومعامل الوزن في هذا المقدر يمثل عدد أزواج البيانات التي تبعد بعضها عن البعض بالمسافة h .
4. استخدمت طريقة نيوتن-رافسن التكرارية من أجل الحصول على المقدر النهائي بعد اعتبار القيم التي حصلنا عليها من شكل الفارايوكرام (القيم الابتدائية).
5. الوصول إلى التقارب $convergence$ لم يكن سريعاً بعد تحديد معيار التوقف وهذا أدى إلى الاستعانة بمعلمة ليفنبرك-ماركردن $Levenperg-Marquardt$ parameter من أجل الوصول إلى التقارب في التكرار 100.
6. قارنا بين الفارايوكرام الكلاسيكي والفارايوكرام الناتج من مقدر المربعات الصغرى بواسطة معيار متوسط مربع الخطأ وكذلك بواسطة رسم دالة الفارايوكرام في شكل واحد يظهر مدى تقارب دالة الفارايوكرام .

التوصيات:

1. استخدام الفارايوكرام المقدر بطريقة المربعات الصغرى الموزونة في التنبؤ يعطي بشكل أكيد نتائج دقيقة ومضبوطة يمكن الاعتماد عليها.
2. يمكن تطبيق طريقة التقدير على بيانات زراعية أو تلوث بيئية على أن تكون هذه البيانات دقيقة من ناحية الموقع ومعرفة بواسطة الاحداثيات.
3. الفارايوكرام المقدر بواسطة هذه الطريقة يمكن استخدامه في كل أنواع الكريكينك والتنبؤ مثلاً الكريكينك الاعتيادي $Ordinary$ Kriging، التنبؤ الشامل $Universal$ Kriging الكريكينك المؤشر $Indicator$ Kriging .

المصادر:

المصادر العربية:

1. قاسم، محمد نذير، ابراهيم، أغصان محمود، (2006) "تقدير مكونات التباين بواسطة التعظيم غير الخطي"، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية (15) 2006، من ص (48-60)، جامعة الموصل، كلية علوم الحاسبات والرياضيات.
2. المحسن، اسباهية يونس (1985)، المياه الجوفية في منطقة سنجار واستثماراتها، جامعة بغداد- كلية الآداب.

المصادر الأجنبية:

3. Armstrong, M., and Delfiner, P. (1980) "Towards a Robust Variogram: A Case study on Coal", "Internal Note N-671, Fontainebleau France: Centre de Geostatistique".
4. Bachmaier, M. (2007): Using a robust variogram to find an adequate butterfly neighborhood size for one-step yield mapping using robust fitting paraboloids. Precision Agric, 8, PP. 75-93.
5. Chiles, J. P. and Delfiner, P. (1999): Geostatistics, Modeling Spatial uncertainty, John Wiley and Sons, Inc., New York.
6. Chunfeng, H., Tailen, H. and Cressie, N. (2008): Nonparametric estimation of variogram and its spectrum. Indiana university Michigan university, the Ohio state university.
7. Cressie, N.A.C. (1993): Statistics for spatial Data. J. Wiley and Sons. London.
8. Cressie, N.A.C. and Glonek, G., (1984), Median based coveriogram estimation reduce bias: Stat. Prob. Lett., V.2, P. 299-304.
9. Cressie, N.A.C. and Hawkins, D.M., (1980), Robust estimation of variogram: Jour. Inter. Assoc. Math. Geol., V.12, P. 115-125 Hawkins, D.M. Cressie, N.A.C. 1984, Robust Kriging-a proposal: Jour. Inter. Assoc. Math. Geol., V.16, P. 3-18.

10. Diggle and Ribeiro, P.J., (2007), Model-based Geostatistics, Springer. Berlin. London., shabenberger and Gotway (2005).
11. Genton, C. and Guyon, X. (2010): Spatial Statistics and Modeling. Springer., New York.
12. Genton, M. G. (1998a): Highly robust variogram estimation. Mathematical Geology. 30. PP. 213-221.
13. Genton, M. G. (1998b): Variogram fitting by generalized least squares using an explicit formula for the covariance structure. Mathematical Geology. 30. PP. 323-345.
14. Gomez, M. and Hazen, K., (1970); Evaluating of Sulphur and Ash Distribution in Coal Seams by Statistical Response of Mines Report RI 7377.
15. Haining, R. (2004): Spatial data analysis. Cambridge university press. London.
16. Kim, T. Y. and Park. J. S. (2012): On nonparametric variogram estimation. Journal of the Korean Statistical Society, 41, PP. 399-413.
17. Krige, D. G. (1976); some basic consideration in the application of geostatistics to the evaluation of ore in South African Gold mines. Anglo Transrall consolidated Investment Company limited. pp. 384-391.
18. Matheron, G. (1963): principles of Geostatistics. Economic Geology No. 58, pp. 1246-1266.
19. Reilly, G. and Gelman. A. (2007): Weighted Classical variogram estimation for data with Clustering. American Statistical Association and the American Society for Quality Technometrics Vol. 49, No.2.
20. Shabenberger, O. and Gotway, C. A. (2005): Statistical methods for spatial data analysis CRC Press.
21. Sourav, D., Rao, T. S. and Boshnakov. G. N. (2012): On the estimation of Parameters of variograms of spatial Stationary isotropic random

Processes. Research Report No.2, Probability and statistics group, School of Mathematics, The university of Manchester.

22. Wlater, J. F. Christman. M. C., Hoenig, J. M. and Mann, R. (2007): Combining data from multiple years or areas to improve variogram estimation. Environmetrics, 18, PP. 583-598.

الملحق: البرنامج بنظام ماتلاب.

```

clear;clc
%format long
بيانات داخل القطر
x=[6.2 7.5 7.2 7.1 6.0 5.9 5.8 5.7 5.5 5.2;7.4 7.4 6.2 6.2 6.0
5.9 5.8 5.4 5.2 3.9;6.2 6.2 6.2 6.1 6.1 6.0 5.6 5.1 3.9
3.7;6.2 7.3 7.3 6.2 6.0 5.7 5.6 5.1 3.8 3.7;7.3 6.2 6.2 6.1
5.9 5.6 5.3 5.2 3.8 3.6;6.1 6.2 6.1 5.8 5.6 5.5 5.2 3.8 3.6
3.5;6.1 3.9 5.8 5.6 5.6 5.2 3.8 3.8 3.6 3.3;3.6 3.5 5.6 5.4
5.2 5.0 3.9 3.7 3.5 3.2;3.4 3.5 5.4 5.2 5.1 3.9 3.8 3.5 3.4
3.1;3.4 3.2 5.3 5.2 3.9 3.8 3.7 3.4 3.4 3.0];
p=1950;

بيانات خارج القطر
% x=[9.97,9.70,9.84,10.29,9.84,10.01,9.01,7.68;
% 9.93,10.27,10.21,11.09,10.63,8.82,10.18,9.34;
% 11.65,8.96,9.88,8.90,10.18,9.34,10.56,9.06;
% 9.46,9.35,9.78,10.38,9.79,8.91,9.22,11.43;
% 12.50,9.63,10.82,10.12,9.40,9.48,10.99,9.92;
% 11.05,10.11,11.46,10.41,8.45,8.90,8.07,7.96;
% 9.41,9.37,11.21,9.93,10.70,9.27,9.28,10.13;
% 9.91,10.17,10.55,11.61,9.16,10.04,11.19,8.10]
%p=1970;

disp('=====')
a=size(x)
sui=a(1,1)-1;
suj=a(1,2)-1
%%%%%%%%%%
% xx=mean(mean(x));
% y=x-xx;
% x=y;
s=zeros(4,sui);
n=zeros(4,sui);
%m=min(sui,suj);
for ih=1:sui
    %zero deg
    k=suj;
    for i=1:sui+1
        for j=1:k
            if (i>sui+1 || j>suj+1 || j+ih >suj+1)
                break;
            end
            s(1,ih)=s(1,ih)+(x(i,j)-x(i,j+ih))^2;
            n(1,ih)=n(1,ih)+1;
        end
    end
end
end

```



```

if n(1,ih) ==0
    s(1,ih)=0
else
    s(1,ih)=s(1,ih)/(2*n(1,ih));
end
%90 deg
for i=1:k
    for j=1:suj+1
        if (i>sui+1 || j>suj+1 || i+ih >sui+1)
            break;
        end
        s(3,ih)=s(3,ih)+(x(i,j)-x(i+ih,j))^2;
        n(3,ih)=n(3,ih)+1;
    end
end
if n(3,ih) ==0
    s(3,ih)=0
else
    s(3,ih)=s(3,ih)/(2*n(3,ih));
end

%45 degree
for i=1:k
    for j=1:k
        if (i>sui+1 || j>suj+1 || i+ih>sui+1 || j+ih >suj+1)
            break;
        end
        s(2,ih)=s(2,ih)+(x(i+ih,j)-x(i,j+ih))^2;
        n(2,ih)=n(2,ih)+1;
    end
end
if n(2,ih) ==0
    s(2,ih)=0
else
    s(2,ih)=s(2,ih)/(2*n(2,ih));
end

%135 degree
for i=1:k
    for j=1:k
        if (i>sui+1 || j>suj+1 || i+ih>sui+1 || j+ih >suj+1)
            break;
        end
        s(4,ih)=s(4,ih)+(x(i,j)-x(i+ih,ih+j))^2;
        n(4,ih)=n(4,ih)+1;
    end
end
if n(4,ih) ==0
    s(4,ih)=0
else
    s(4,ih)=s(4,ih)/(2*n(4,ih));
end

```

```

end

end
disp('
                                Table of Variogram for complete data
set')
disp('
.....')
disp('
                                THETA=0
                                |
                                THETA=45
|
    THETA=90
|
disp('
    h      n(h)      g(h,0) |      h      n(h)
g(h,45) |      h      n(h)      g(h,90) |')
disp('
.....|.....|..
.....|.....')
figure

subplot(2,2,1)
plot(1:sui,s(1,:), 'rd-', 'LineWidth',2,...
      'MarkerEdgeColor','k',...
      'MarkerFaceColor','b')
      xlabel('h')
ylabel('g(h)')
title('Plot of (Theta=0)')
hold on
subplot(2,2,2)
plot(1:sui,s(2,:), 'rs-', 'LineWidth',2,...
      'MarkerEdgeColor','k',...
      'MarkerFaceColor','g')
      xlabel('h')
ylabel('g(h)')
title('Plot of (Theta=45)')
hold on
subplot(2,2,3)
plot(1:sui,s(3,:), 'rv-', 'LineWidth',2,...
      'MarkerEdgeColor','k',...
      'MarkerFaceColor','r')
      xlabel('h')
ylabel('g(h)')
title('Plot of (Theta=90)')
      hold on
disp('
.....')
disp('
                                THETA=135
                                ')
disp('
    h      n(h)      g(h,135) |      ')
disp('
.....')

subplot(2,2,4)
plot(1:sui,s(4,:), 'r^-', 'LineWidth',2,...
      'MarkerEdgeColor','k',...
      'MarkerFaceColor','y')

```

```

        xlabel('h')
ylabel('g(h)')
title('Plot of (Theta=135)')
        hold on

figure(2)

plot(1:sui,s(1,:), 'rd-', 'LineWidth', 2, ...
      'MarkerEdgeColor', 'k', ...
      'MarkerFaceColor', 'b')
        xlabel('h')
ylabel('g(h)')
hold on
plot(1:sui,s(2,:), 'rs-', 'LineWidth', 2, ...
      'MarkerEdgeColor', 'k', ...
      'MarkerFaceColor', 'g')
        xlabel('h')
ylabel('g(h)')
hold on
plot(1:sui,s(3,:), 'rv-', 'LineWidth', 2, ...
      'MarkerEdgeColor', 'k', ...
      'MarkerFaceColor', 'r')
        xlabel('h')
ylabel('g(h)')
hold on

plot(1:sui,s(4,:), 'r^-', 'LineWidth', 2, ...
      'MarkerEdgeColor', 'k', ...
      'MarkerFaceColor', 'y')
        xlabel('h')
ylabel('g(h)')
hold on

disp('=====')
disp('=====')
disp('          Avareg of Variogram          ')
disp('          h          v(h)          ')
disp('.....')
% حساب متوسط شبه الفاريو كرام
figure(3)
for i=1:sui
    r(i)=1.4142*i;
    v(i)=(s(1,i)+s(3,i))/2;
    vv(i)=(s(2,i)+s(4,i))/2;
    %disp([i' v';r' vv'])

```

```

end
for i=1:sui
    v090(i,1)=i;
    v4535(i,1)=r(i);
    v090(i,2)=v(i);
    v4535(i,2)=vv(i);
    v090(i,3)=n(1,i);
    v4535(i,3)=n(2,i);
end
vzv=[v090 ;v4535];
%sorting matrix

for i=1:sui*2-1
    mi=vzv(i,1);
    kk=i;
    for j=i+1:sui*2
        if vzv(j,1)< mi
            mi=vzv(j,1);
            kk=j;
        end
    end
    w=vzv(i,:);
    vzv(i,:)=vzv(kk,:);
    vzv(kk,:)=w;
end
tt=vzv;

plot(vzv(:,1),vzv(:,2),'rs-','LineWidth',2,...
      'MarkerEdgeColor','k',...
      'MarkerFaceColor','r')
    xlabel('h')
ylabel('g(h)')
title('Plot of Avareg of Variogram')
hold on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

bmax=max(vzv(:,2));
bmin=min(vzv(:,2));
b=bmax-bmin;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% حساب المشتقة
if p==1950
    % غانم
    th10=0.23;th20= 3.1362;th30=12.728
    %th10=0.2;th20=3.3;th30=10
elseif p==1970
    % غادة
    th10=0.7904;th20=1.3271;th30=9.8994;
    %th10=0.79;th20=1.5;th30=7; %500,1000
    %th10=0.79;th20=1.51;th30=9.7 %1000;
end

```

```

%if q=1 spherical q=2 exponential
q=input('input 1 if spherical;;input 2 if exponential')
if q==1
    %النموذج الكروي
    ff2='1/z';
    ff3='x';
    ff4='y'
    ff2=diff(int(ff2));
    ff3=diff(int(ff3));
    ff4=diff(int(ff4));
    ff=0;
    for i=1:sui*2
        ff22=0;
        ff33=0;
        ff22=tt(i,1)*ff2;
        ff33=ff3+ff4*(3/2*ff22-0.5*ff22^3);
        ff=ff+tt(i,3)*((tt(i,2)/ff33)-1)^2;
    end
elseif q==2
    %النموذج الاسي
    ff1='1';
    ff2='1/z';
    ff3='x';
    ff4='y'
    ff1=diff(int(ff1));
    ff2=diff(int(ff2));
    ff3=diff(int(ff3));
    ff4=diff(int(ff4));
    ff=0;
    for i=1:sui*2
        ff22=0;
        ff33=0;
        ff22=-tt(i,1)*ff2;
        ff22=exp(ff22);
        ff33=ff3+ff4*(ff1-ff22);
        ff=ff+tt(i,3)*((tt(i,2)/ff33)-1)^2;
    end
end
%first direvidiv
a=diff(ff,'x',1);
b=diff(ff,'y',1);
c=diff(ff,'z',1);
%%%%%%%%%%
%secend direvidiv with
a1=diff(a,'x');
a2=diff(a,'y');
a3=diff(a,'z');
%%%%%%%%%%
b1=diff(b,'x');
b2=diff(b,'y');
b3=diff(b,'z');

```

```

%%%%%%%%%%
c1=diff(c, 'x');
c2=diff(c, 'y');
c3=diff(c, 'z');
%%%%%%%%%%
th00(1,1)=th10;
th00(1,2)=th20;
th00(1,3)=th30;
th100=[th10; th20; th30];
% ادخال قيمة لمدا
yy=input('input the vale of lamda');
for i=1:100
    dd=[f11(th10,th20,th30) f12(th10,th20,th30)
f13(th10,th20,th30);...
    f21(th10,th20,th30) f22(th10,th20,th30)
f23(th10,th20,th30);...
    f31(th10,th20,th30) f32(th10,th20,th30)
f33(th10,th20,th30)]+...
    yy*[f11(th10,th20,th30) 0 0;...
    0 f22(th10,th20,th30) 0;...
    0 0 f33(th10,th20,th30)];
    th11=th100-(inv(dd)*...

([f1(th10,th20,th30);f2(th10,th20,th30);f3(th10,th20,th30)]));
    th10=th11(1,1);
    th20=th11(2,1);
    th30=th11(3,1);
    th100=th11;

    th00(i+1,:)=th11';
    th1100(i,1)=sum(abs(th00(1,:)-th00(i+1,:)));
end
k=i+1;
%%%%%%%%%%
% الرسم
if q==1
    % رسم النموذج الكروي
    for i=1:sui*2
        sss(i)=th00(1,1)+th00(1,2)*((3/2)*tt(i,1)/th00(1,3)-
0.5*(tt(i,1)/th00(1,3))^3);
        sss1(i)=th00(k,1)+th00(k,2)*((3/2)*tt(i,1)/th00(k,3)-
0.5*(tt(i,1)/th00(k,3))^3);
    end
    figure(4)
    plot(vvv(:,1),sss,'r',vvv(:,1),sss1,'g','LineWidth',2,...
        'MarkerEdgeColor','k',...
        'MarkerFaceColor','r')
        xlabel('h')
ylabel('g(h)')
title('Plot of spherical ')
hold on

```

```

elseif q==2
    % رسم النموذج الاسي
    for i=1:sui*2
        sss(i)=th00(1,1)+th00(1,2)*(1-exp(-
        tt(i,1)/th00(1,3)));
        sss1(i)=th00(k,1)+th00(k,2)*(1-exp(-
        tt(i,1)/th00(k,3)));
    end
    figure(4)
    plot(vvv(:,1), sss, 'r', vvv(:,1), sss1, 'g', 'LineWidth', 2, ...
        'MarkerEdgeColor', 'k', ...
        'MarkerFaceColor', 'r')
        xlabel('h')
    ylabel('g(h)')
    title('Plot of exponential')
    hold on
    end
    mse=0;
    for i=1:sui*2
        mse=mse+(vvv(i,2)-sss1(i))^2;
    end
    mse=mse/(sui*2);

```